1° Compitino di Istituzioni di Fisica Teorica - A.A. 1995/96

24 Aprile 1996

Esercizio 1): Consideriamo, per un dato sistema fisico, una osservabile A che non commuti con l'hamiltoniana H ($[A, H] \neq 0$). Supponiamo anche che A abbia i due autovalori a_1 e a_2 corrispondenti alle autofunzioni ϕ_1 e ϕ_2 tali che

$$\phi_1 = \cos\theta \; u_1 + \sin\theta \; u_2, \qquad \phi_2 = -\sin\theta \; u_1 + \cos\theta \; u_2$$

dove u_1 ed u_2 sono autostati dell'hamiltoniana con autovalori E_1 e E_2. Se a $t = 0$ la misura di A ha dato come risultato a_1, quale è la probabilità al tempo t di riottenere il valore iniziale a_1 per A?

Esercizio 2): Data un'osservabile fisica A rappresentata dalla seguente matrice simmetrica

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

trovare:
i) i possibili risultati per la misura di A.
ii) la probabilità di trovare ciascun autovalore supponendo che inizialmente il sistema sia preparato nello stato $(1, 0, 0)$.

Esercizio 3): Una particella di massa m si trova confinata in una buca di potenziale infinita con pareti poste nei punti di coordinate $x = 0$ e $x = a$. Le autofunzioni dell'energia sono

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(k_n x), \qquad 0 \leq x \leq a$$

dove

$$k_n = \frac{n\pi}{a}$$

e gli autovalori risultano

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$$

Supponendo che al tempo $t = 0$ la funzione d'onda sia data da

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1(x) + \psi_2(x))$$

i) calcolare i valori medi, $\langle E \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle x \rangle$, al tempo $t = 0$,
ii) calcolare la funzione d'onda ed i valori medi, $\langle E \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle x \rangle$, al tempo t.