1° compitino di Istituzioni di Fisica Teorica

1° semestre a.a. 1999-2000,

Lunedi' 20 Dicembre, 1999

Problema 1- Una particella di massa m è vincolata nella regione $|y| < b$ del piano (x, y) dove è soggetta al potenziale $V(x,y) = \frac{1}{2}kx^2$, $(k > 0)$.

a)- Scrivere l'espressione per le autofunzioni e gli autovalori dell'energia.

b)- Nel caso in cui $b = \pi/(\sqrt{8}\alpha)$, con $\alpha^2 = m\omega/\hbar$ e $\omega^2 = k/m$, calcolare esplicitamente le energie dei primi livelli, da quello fondamentale fino al primo livello degenere compreso, indicando gli stati corrispondenti.

c)- Se al tempo $t = 0$ la funzione d'onda del sistema è

$$\phi(x,y) = A(b^2 - y^2)(2\alpha^2x^2 + 2\alpha x - 1)e^{-\alpha^2x^2/2}$$

con A costante di normalizzazione, calcolare la probabilità di trovare il sistema nello stato fondamentale e nel primo stato eccitato.

d)- Calcolare

$$\langle\phi(t)|\hat{x}|\phi(t)\rangle$$

essendo $\hat{x}$ l'operatore di posizione lungo x.

(Polinomi di Hermite: $H_0 = 1,\ H_1 = 2z,\ H_2 = 4z^2 - 2,\ H_3 = 8z^3 - 12z$)

Problema 2- Siano $Y_{l,m}$ le armoniche sferiche nella base di l_z.

a)- Determinare le autofunzioni di l_x con $l = 1$ in termini delle $Y_{1,m}$, e scrivere la matrice di l_x in questa base.

b)- Data la funzione d'onda

$$\psi = k[\sin\theta\sin\phi + i\cos\theta],$$

dove k è una costante di normalizzazione.

Calcolare le probabilità di trovare i possibili risultati di una misura di l_z.

$$l_x = i(\sin\phi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta\cos\phi\frac{\partial}{\partial\phi}),$$

$$Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\phi}, \quad Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta, \quad Y_{1,-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{-i\phi})$$

* * * * * * * * *