

20/5/1996

Problema 1

Una particella è descritta dalla funzione d'onda

$$u(\mathbf{r}) = A(x^2 - z^2)e^{-ar}$$

dove $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ e a è una costante positiva.

Facendo una misura delle grandezze L^2 e L_z del momento angolare orbitale, si dica quali valori di l e di m si possono trovare e con quali probabilità.

Problema 2

Gli operatori di spostamento dell'oscillatore armonico a e a^\dagger obbediscono alla relazione di commutazione

$$[a, a^\dagger] = 1.$$

a) Verificare che gli operatori

$$A = \frac{1}{4}(a^{\dagger 2} + a^2), \quad B = \frac{1}{4i}(a^{\dagger 2} - a^2), \quad C = \frac{1}{4}(a^\dagger a + a a^\dagger) = \frac{H}{2\hbar\omega}$$

sono autoaggiunti e che la loro algebra di commutazione si chiude (cioè che i loro commutatori si esprimono mediante gli operatori stessi).

b) Si definiscano gli operatori $A_\pm = A \pm iB$. Utilizzando le relazioni di commutazione di A_\pm con la hamiltoniana H , si mostri che questi operatori agiscono sugli autostati $|n\rangle$ come operatori di spostamento dell'energia.

Problema 3

Un elettrone a riposo interagisce con un campo magnetico esterno, uniforme e costante \mathbf{B} mediante la hamiltoniana

$$H_s = \mu_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$$

dove $\mu_B = e\hbar/2mc$ è il magnetone di Bohr.

Si supponga che il campo \mathbf{B} sia diretto lungo l'asse x e che al tempo $t = 0$ lo spin dell'elettrone sia diretto lungo l'asse z .

a) Si determini lo spinore $\chi(t)$ al tempo t .

b) Si calcoli il valore di aspettazione delle componenti dello spin $\langle S_x \rangle$ e $\langle S_y \rangle$ al tempo t .