

Metodo simbolico (2)

Il vantaggio di esprimere $I(t)$ in forma complessa e' che le relazioni tra tensioni e correnti ai capi dei componenti di un circuito in alternata sono di proporzionalita' come accadeva per R in continua.

$$V_L(t) = L \frac{dI}{dt} = L \frac{d}{dt}(I_0 e^{j\omega t}) = j\omega L(I_0 e^{j\omega t}) = j\omega L I(t)$$

$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{C} \int I_0 e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega C} I_0 e^{j\omega t} = -\frac{j}{\omega C} I$$

$$V_R(t) = RI$$

vale cosi' la relazione $\mathbf{V=Z I}$ $\mathbf{Z= impedenza}$ $\mathbf{[Z]=\Omega}$

$$Z_L = j\omega L \quad Z_C = -\frac{j}{\omega C} \quad Z_R = R$$

$$Z_s = \sum Z_i \quad \text{serie}$$

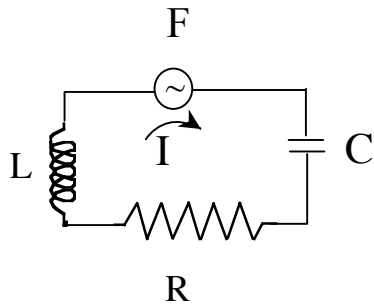
$$\text{parallelo} \quad \frac{1}{Z_p} = \sum \frac{1}{Z_i}$$

$$\vec{Z} \equiv R + jX$$

X reattanza

esempio

Fem applicata dal generatore ha $F_{\text{eff}}=220 \text{ V}$ $\nu=50 \text{ Hz}$. Se $R=200 \Omega$, $C=5\mu\text{F}$, $L=0.5 \text{ H}$ trovare V_R, V_L, V_C



$$\vec{F}(t) = \vec{F}_0 e^{j\omega t} = \sqrt{2} F_{\text{eff}} e^{j\omega t}$$

← reale → fase iniziale = 0

$$\vec{Z} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\vec{I}(t) = \frac{\vec{F}(t)}{\vec{Z}} = \frac{F_0 e^{j\omega t}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \vec{I}_0 e^{j\omega t}$$

$$\vec{I}_0 = \frac{F_0}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

Per trovare le caratteristiche fisiche si pone \vec{I}_0 nella forma $a+jb$; si moltiplica e divide per complesso e coniugato del denominatore $[R-j(\omega L-1/\omega C)]$

$$\vec{I}_0 = F_0 \frac{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$I_0 = \frac{F_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{F_0}{Z}$$

$$\text{tg} \varphi_I = -\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

esempio(continua)

Nota la corrente, la tensione ai capi dei componenti si ottiene moltiplicando per l'impedenza:

$$\vec{V}_L(t) = j\omega L \vec{I}(t) \Rightarrow V_{0L} = \omega L I_0; \varphi_L = \varphi_I + \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{V}_R(t) = R \vec{I}(t) \Rightarrow V_{0R} = R I_0; \varphi_R = \varphi_I$$

$$\vec{V}_C(t) = -j \frac{\vec{I}(t)}{\omega C} \Rightarrow V_{0C} = \frac{I_0}{\omega C}; \varphi_C = \varphi_I - \frac{\pi}{2}$$

sostituendo i valori numerici: $F_0 = \sqrt{2} F_{\text{eff}} \sim 310 \text{ V}$, $\omega = 2\pi\nu \sim 315 \text{ s}^{-1}$

$$\vec{Z}_L = j\omega L = j158\Omega$$

$$\vec{Z}_R = R = 200\Omega$$

$$\vec{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j635\Omega$$



$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sim 517\Omega$$

$$\text{tg} \varphi_I = -\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = 2.38$$

$$V_{0L} = 94.8 \text{ V}, V_{0R} = 120 \text{ V}, V_{0C} = 381 \text{ V}$$

$$\phi_L = 157.2^\circ, \phi_R = 67.2^\circ, \phi_C = -22.8^\circ$$

$$I_0 = \frac{F_0}{Z} = 0.6 \text{ A}$$

$$\varphi_I = \arctg 2.38 = 67.2^\circ$$

Risonanza

In un circuito RLC serie per una tensione applicata $F(t)=F_0\cos\omega t$ si ha una corrente $I=I_0 \cos(\omega t+\phi_I)$

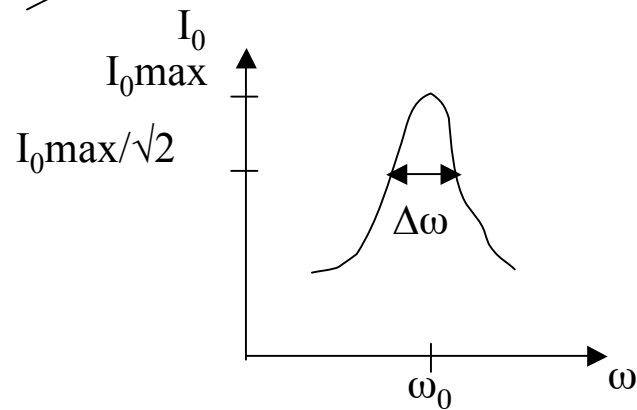
$$I_0 = \frac{F_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{F_0}{Z}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_I = -\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

I_0 e' max quando $\omega L - 1/\omega C = 0 \rightarrow$

Per $\omega=\omega_0$ $Z=R$ $I_0=F_0/R$ $\phi_I=0$

reale



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

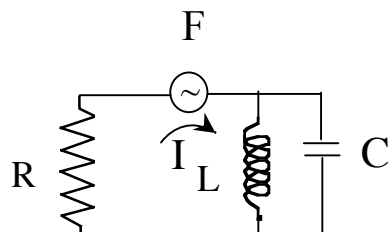
risonanza

Fattore di merito Q

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cong R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Risonanza (parallelo)

Nel caso di L,C in parallelo intorno ad ω_0 si ha antirisonanza(I minima)



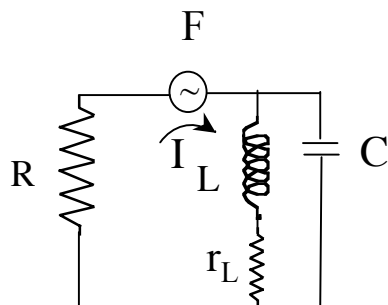
$$\frac{1}{\vec{Z}_p} = \frac{1}{\vec{Z}_C} + \frac{1}{\vec{Z}_L} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = j\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L} \Rightarrow \vec{Z}_p = j\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$\vec{Z}_{tot} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_p = R + j\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$Z_p \rightarrow \infty$ per $\omega = \omega_0$ quindi $I \rightarrow 0$

$$I_0 = \frac{F_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}\right)^2}}$$

In realta' L presenta sempre $r_L \neq 0$



$$\frac{1}{\vec{Z}_p} = \frac{1}{\vec{Z}_C} + \frac{1}{\vec{Z}_L + \vec{Z}_{r_L}} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L + r_L} = \frac{(1 - \omega^2 LC) + j\omega r_L C}{r_L + j\omega L}$$

$$\vec{Z}_p = \frac{r_L + j\omega[L(1 - \omega^2 LC) - r_L^2 C]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 r_L^2 C^2}$$

per $\omega = \omega_0$ $Z_p \max \sim L/r_L C$ che da'

$$I_{0\min} = \frac{F_0}{R + \frac{L}{r_L C}} \neq 0$$

Oscilloscopio

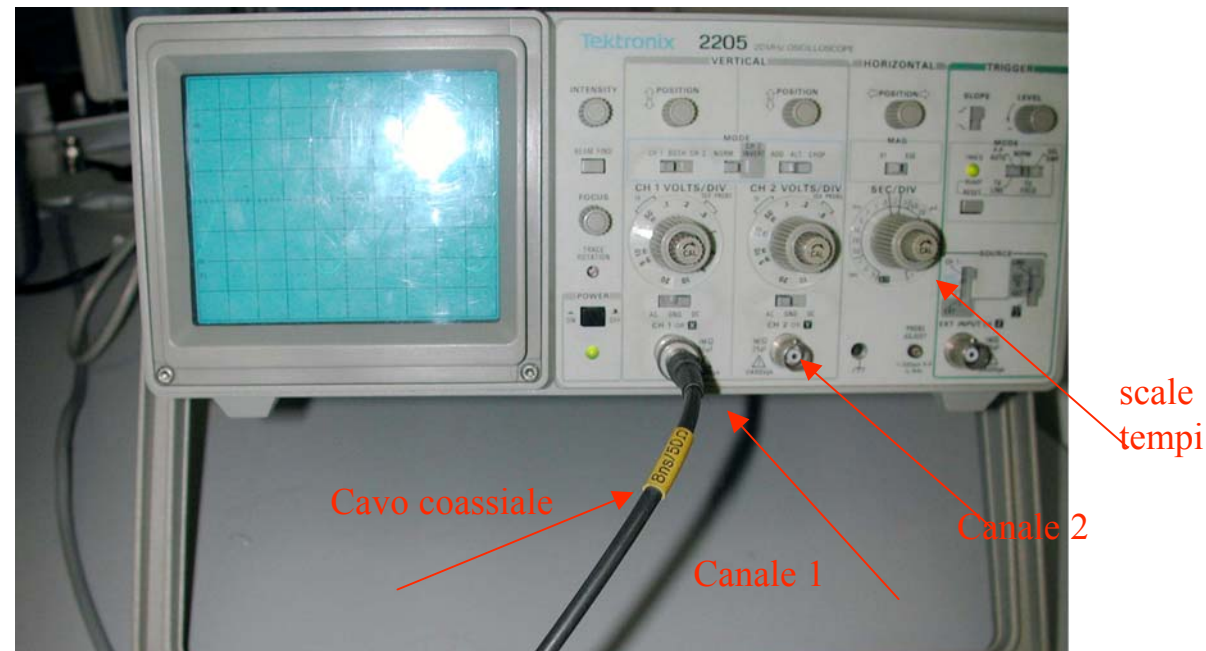
L'oscilloscopio e' uno strumento che visualizza su uno schermo l'andamento di una tensione in funzione del tempo; si possono eseguire con esso misure di ampiezza della forma d'onda in ingresso.

Tre blocchi:

**1)Tubo a raggi catodici
(intensita' e fuoco)**

**2)controllo deflessione
(ampl. Ingresso e finali)**

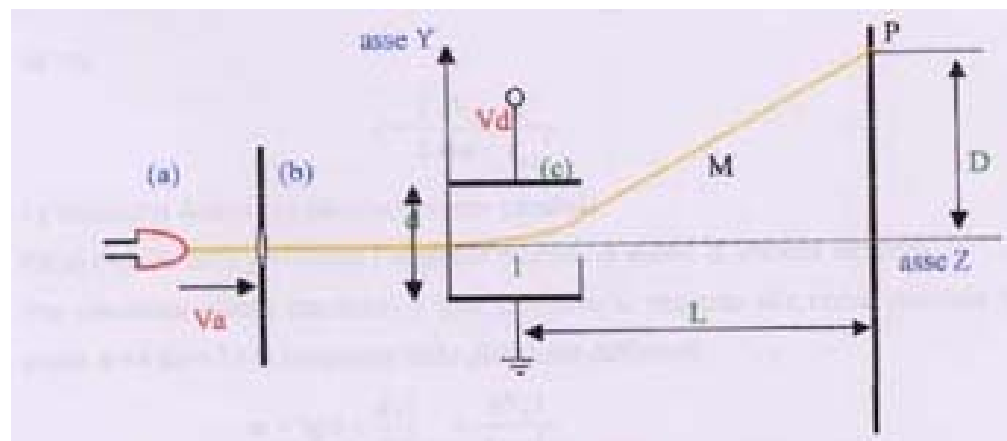
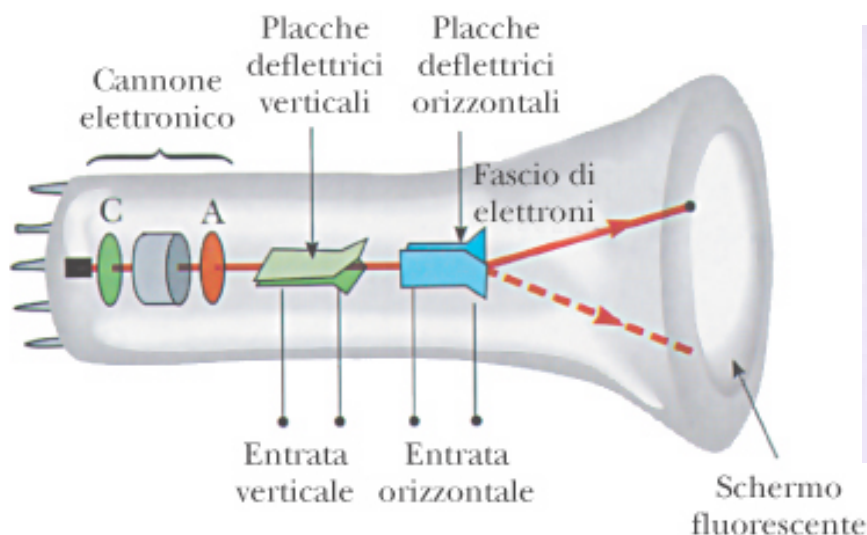
3) base dei tempi e trigger



E' possibile variare le scale degli assi verticale, da qualche mV/cm a decine di mV/cm e orizzontale da $\sim 1\text{s/cm}$ fino a limite superiore che puo' arrivare a $\sim 5 \times 10^{-10} \text{ s/cm}$. Limite superiore determinato dalla gamma di frequenze di ddp sinusoidali in ingresso che l'oscilloscopio e' in grado di riprodurre senza ridurne l'ampiezza (**banda passante**). Limite inferiore banda passante e' la continua ($f=0$), l'estremo superiore e' quello citato: oscilloscopio a 100 MHz vuol dire banda passante da 0 a 100 MHz. Possibilita' di presentare ddp applicata al canale 1 in funzione di quella applicata al canale 2 (modalita' X-Y).

Tubo a raggi catodici

Il tubo è costituito da involucro di vetro in cui è stato fatto il vuoto. Un fascetto di e^- subisce deflessioni elettriche proporzionali alla ddp da misurare e lascia una traccia luminosa nel punto del suo impatto con uno schermo rivestito di sostanze fosforescenti. Un filamento (a) riscaldato, emette e^- per effetto termoionico che sono accelerati da un elettrodo (b) (placchetta metallica con foro tenuta a ~ 1000 V di ddp rispetto al filamento). Il sistema (a)(b) costituisce un doppio strato con $E=0$ al di fuori $\rightarrow e^-$ uscenti dal foro v costante.



$$eV_a = \frac{1}{2}mv_{0z}^2$$

$$eE_d = eV_d/d = ma_y$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{eV_d}{dm} \frac{z^2}{v_{0z}^2}$$

\longrightarrow

$$D = \frac{eL}{dmv_{0z}} V_d$$

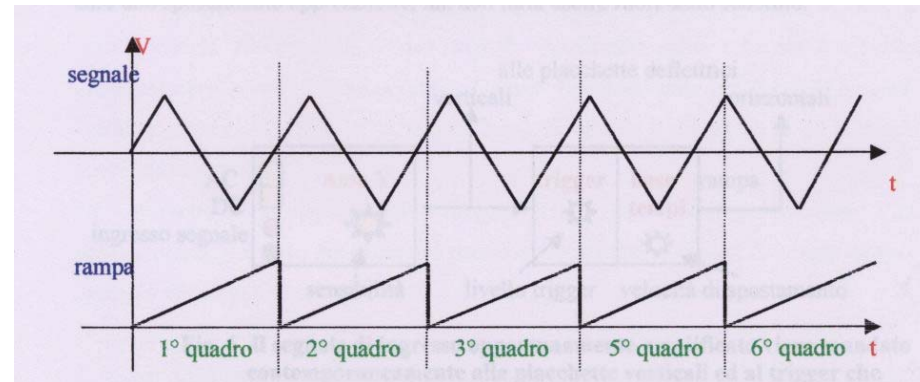
Base tempi

Si applica alle placchette orizzontali una tensione V_{dx} funzione del tempo ($V_{dx}=Kt$, **rampa**), cio' produce uno spostamento lungo x proporzionale a t, punto luminoso sullo schermo si sposta lungo x con v uniforme.

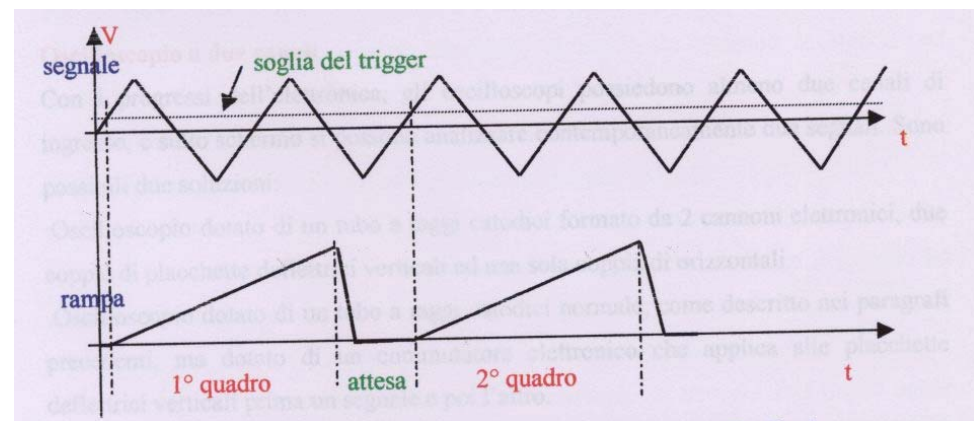
Si puo' variare cambiando K. Se contemporaneamente si applica V_{dy} sinusoidale alle placchette verticali il punto luminoso disegna sullo schermo una sinusoide. Questo accade una volta (quadro). Se si dispone di un segnale ripetitivo nel tempo e' utile avere una ripetizione di quadri in modo che l'immagine sia vista fissa sullo schermo (successione quadri con ripetizione superiore a 10 volte/s l'occhio la vede fissa).

Si deve allora applicare alle placchette orizzontali una successione di rampe (**dente di sega**) con f di ripetizione uguale a quella del segnale.

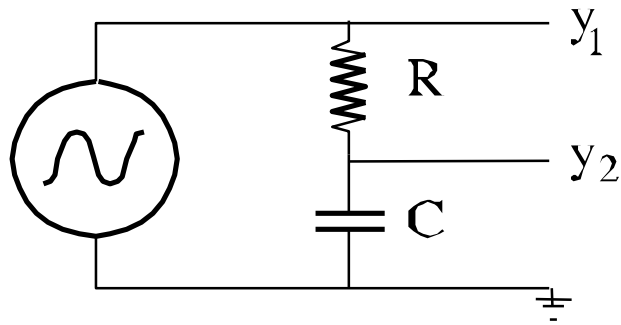
Successione dei quadri non porta stessa
Immagine all'occhio; scivola verso sinistra



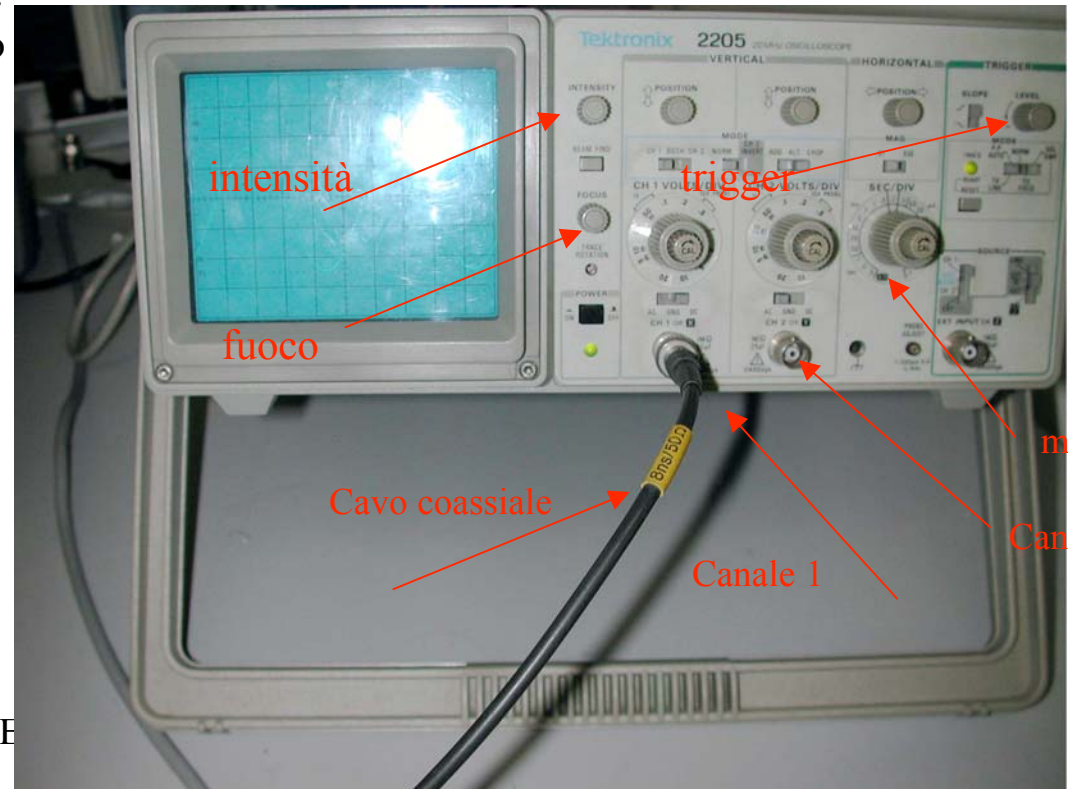
La rampa parte solo quando segnale supera
soglia (trigger)



I Esperienza B



Si monti il circuito I e si colleghino i punti y_1 e y_2 rispettivamente ai canali 1 e 2 dell'oscilloscopio. Si misuri il rapporto di ampiezza e lo sfasamento fra i due segnali al variare della frequenza del generatore utilizzando una forma d'onda sinusoidale

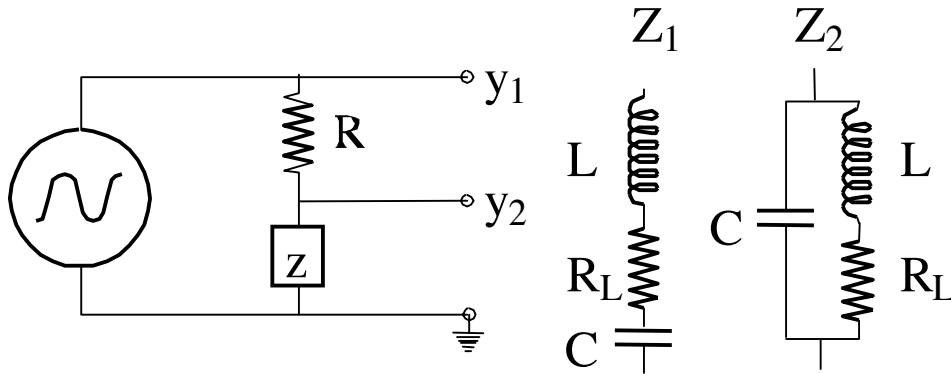


Esperienza B(2)

I valori dei parametri sono variati con la manopola e utilizzando i tasti $>$ $<$

Il valore in figura e' 1 KHz. La cifra lampeggiante e' quella che si varia. La variazione del parametro si effettua premendo l'opportuno tasto (Freq, Amp,...); la scala si cambia con i tasti \vee \wedge

II



Si monti il circuito II, utilizzando come impedenza Z il circuito risonante serie (Z_1 , dove R_L e' la resistenza interna dell'induttanza). Si ponga l'oscilloscopio in modalita' X Y (vedi manopola di regolazione dell'asse X dell'oscilloscopio) e si determini la frequenza di risonanza. Si misuri in funzione della frequenza del generatore (nell'intorno della frequenza di risonanza) il rapporto di ampiezza e lo sfasamento fra i segnali. Riportare in grafico l'andamento. Si ripeta con il circuito risonante parallelo (Z_2).