

Legge di Ohm

Quando c'è moto di carica in un conduttore si instaura un campo $E \neq 0$.
In generale la densità di corrente è

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$

In un conduttore si stabiliscono densità di corrente \mathbf{J} e campo \mathbf{E}
quando ai suoi capi è mantenuta una d.d.p.

d.d.p. costante \rightarrow I costante

In molti materiali

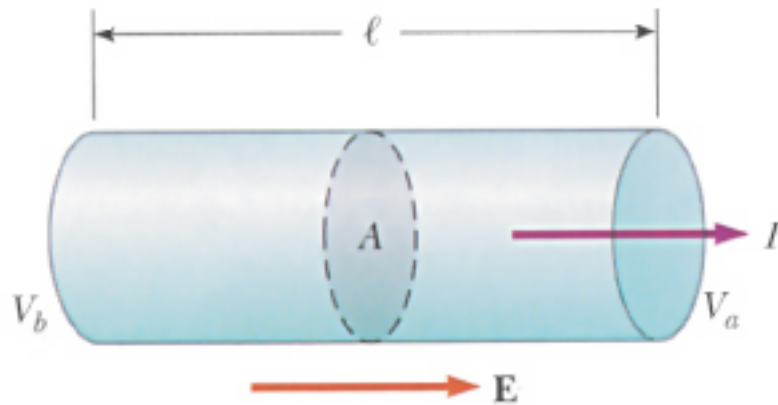
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

σ , conducibilità

Questi materiali si dicono *ohmici*

Altra espressione legge di Ohm

Consideriamo filo rettilineo di sezione A e lunghezza l , si mantiene ΔV ai suoi capi, generando un campo \mathbf{E} e una corrente; con campo uniforme $\Delta V = V_b - V_a$ è



$$\Delta V = El$$

e quindi

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{l}$$

Ricavando ΔV

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A} \right) I$$

$$R \equiv \frac{l}{\sigma A} \equiv \frac{\Delta V}{I}$$

Resistenza del conduttore

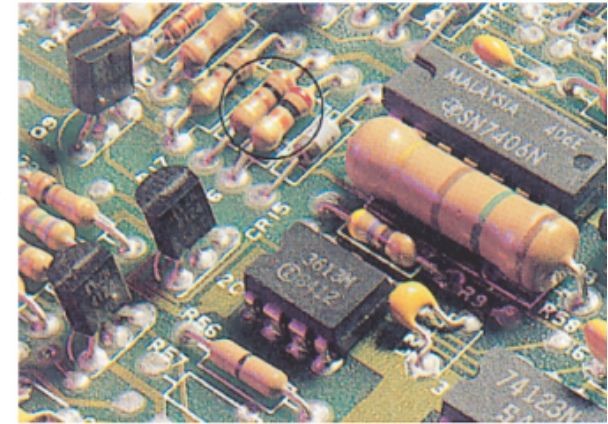
$$\Delta V = IR$$

Resistenza elettrica

resistenza dipendente da geometria, materiale e condizioni fisiche (T),

[R]= Ω Ohm

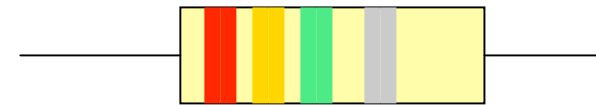
$$R = \rho \frac{l}{A}$$



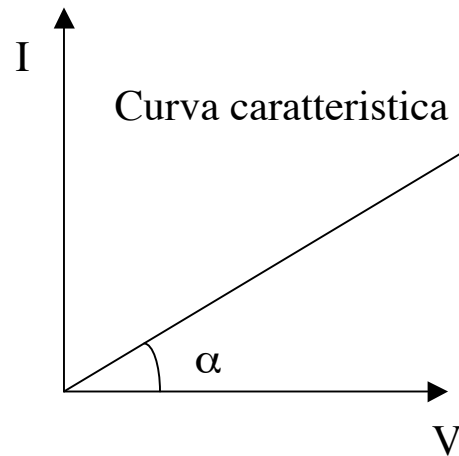
$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma}$$

resistività

[ρ]= Ω m



2 3 5 10% = $23 \cdot 10^5 \Omega$
5% Au



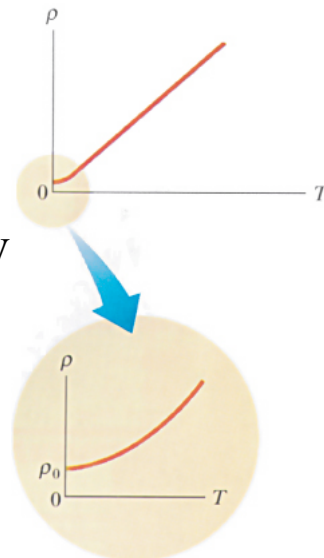
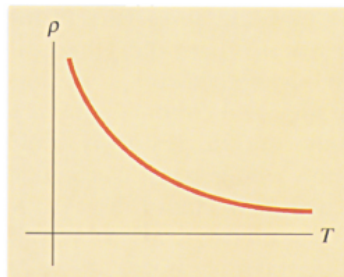
$\text{tg} \alpha = 1/R = G$ conduttanza

buon conduttore bassa ρ

dipendenza da T:

$$\rho(T) = \rho_0 (1 + \alpha T)$$

ρ_0 a 0°C , $\alpha > 0$ per metalli

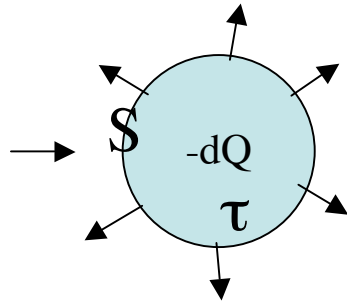


a 20°C	$\rho(\Omega\text{cm})$	$\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$
Argento	$1.6 \cdot 10^{-6}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$
Rame	$1.7 \cdot 10^{-6}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$
Alluminio	$2.8 \cdot 10^{-6}$	$3.9 \cdot 10^{-3}$
Silicio	$6.4 \cdot 10^4$	$-75 \cdot 10^{-3}$

Equazione continuità corrente

In un sistema isolato la carica si conserva, si può correlare \mathbf{J} e $d\rho/dt$

Scelto un volume τ racchiuso dalla superficie S contenente la carica totale $Q(t)$; se nel tempo dt $Q(t)$ diminuisce di dQ allora dQ deve essere uscita da S



$$-dQ = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} dt$$

ρ , densità di carica volumetrica

$$Q(t) = \int_{\tau} \rho(x, y, z, t) d\tau$$

S fissa $\frac{dQ}{dt} = \int_{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau$

Si può dimostrare che

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_{\tau} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d\tau$$

con $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ divergenza

$$-\int_{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau = \int_{\tau} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d\tau \quad \forall \tau$$

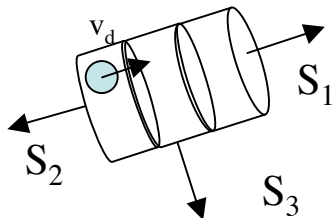
$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \equiv \text{div} \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Equazione di continuità

I legge di Kirchhoff

In condizioni stazionarie $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \text{div} \vec{J} = 0$ (1) $\int_{\tau} \text{div} \vec{J} d\tau = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$ cioè $\Phi(\vec{J})=0$ \vec{J} solenoidale



Stessa corrente in S_1, S_2 di un tubo di flusso di v_d

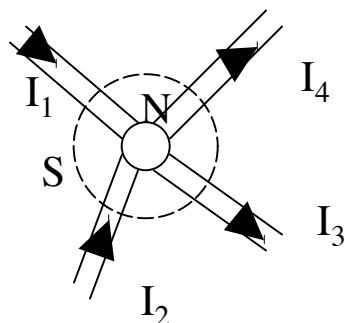
$$\int_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \quad S \text{ chiusa}$$

v_d tangente a generatrici superficie laterale $S_3 \rightarrow \int_{S_3} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$

$$\int_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{S} = I_1 + I_2 = 0$$

I_1, I_2 uguali e opposte; se verso convenzionale di flusso delle correnti è assunto concorde per entrambe le sezioni, la corrente attraverso S_1, S_2 , è la stessa.

Generalizzando a più fili conduttori che convergono in un NODO N dalla (1) si ha



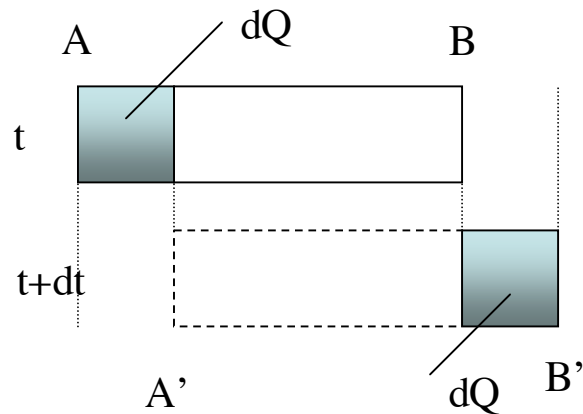
$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$\sum_i I_i = 0$$

convenzione: $I > 0$ uscente
 $I < 0$ entrante

Legge di Joule

Effetto del passaggio di corrente in un conduttore è il riscaldamento del filo (lampade, stufe...)



Tratto di conduttore di estremi A,B con potenziale costante V_A, V_B in cui scorre I stazionaria;

In dt cariche libere si spostano di $dl = v_d dt$, le cariche in t occupano AB

In $t+dt$ occupano A'B'

Equivale a spostare $dQ = Idt$ da V_A a V_B

Campo elettrico compie lavoro

$$dL = dQ(V_A - V_B) = I \Delta V dt$$

La potenza sviluppata da campo elettrico

$$W = \frac{dL}{dt} = \frac{dQ}{dt} (V_A - V_B) = I \Delta V = I(V_A - V_B) \quad \text{Legge di Joule}$$

L'energia spesa si trasforma in energia termica; il conduttore si scalda e, a regime, la potenza dissipata si disperde verso l'ambiente

In un conduttore ohmico si ha:

$$W = I \Delta V = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Trasporto energia

Nel trasportare energia elettrica sulle linee di potenza, le compagnie cercano di rendere minima la potenza trasformata in energia interna e rendere massima quella fornita all'utilizzatore.

$W=I\Delta V$ --> stessa potenza con alta I e bassa ΔV oppure bassa I e alta ΔV
Si è scelto il trasporto a bassa I e alta ΔV (ragioni economiche, Cu)

Per un dato ΔV , R fissato alto --> bassa I e alto ΔV

Fuori città si hanno anche $\Delta V=760$ KV

In città si riduce a 4 KV per poi arrivare a 220 V

Es. Potenza di uno scaldabagno
Scaldabagno costituito da filo NiCr di $R=32\ \Omega$
Con $\Delta V=220$ V. Corrente nel filo e potenza?



$$\Delta V=IR \text{ --> } I=\Delta V/R= 200V/32\Omega=6.9\text{ A}$$

$$W=I^2R=(6.9A)^2\ 32\ \Omega=1.5\text{ KW}$$

$$\text{Raddoppiando } \Delta V \quad \Delta V'=2\Delta V \text{ --> } I'=2I \text{ --> } W'=4W$$

Generatore di fem

Dispositivo capace di mantenere un d.d.p. costante ai capi di un conduttore percorso da corrente.

Fem come lavoro svolto sull'unità di carica si misura in **Volt**

Lavoro può essere di diversa natura: meccanica(dinamo, alternatori..), chimica(pile, accumulatori)
luminosa(celle voltaiche)

Passaggio di corrente ---> dissipazione per effetto Joule; il generatore fornisce questa energia

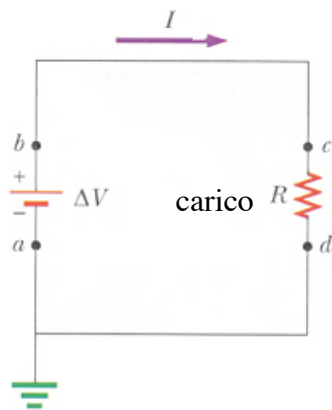
a,b morsetti del generatore

Se $I=0$ $\Delta V = \text{fem}$ tensione a circuito aperto

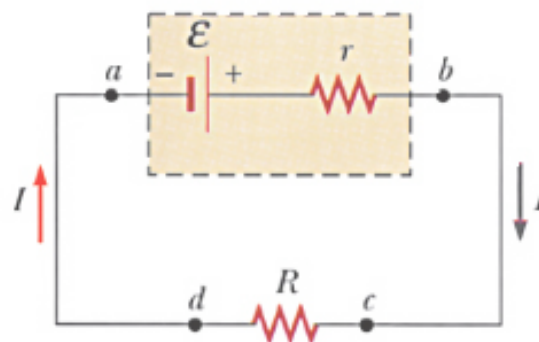
$$V_b - V_a = \Delta V = \mathcal{E} - Ir \quad I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

$$P = I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$

pot	carico	res
batt	est	int



Generatore reale $r \neq 0$



Adattamento carico

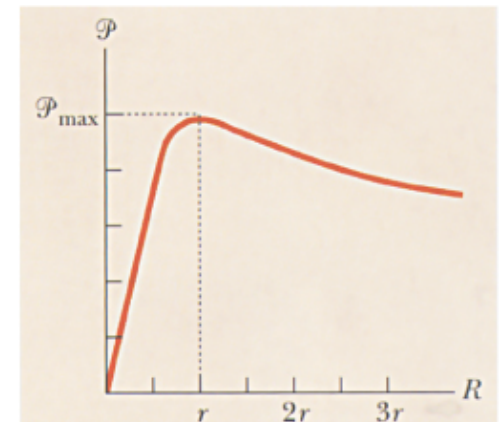
Max potenza trasferita a carico?

$$r = R$$

$$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{(r + R)^2} R$$

$$dP/dR = 0 \rightarrow r = R$$

$$P(r=R) = \mathcal{E}^2 / 4r$$



Ettore Focardi