CAMPO DIFFUSO DA MEZZO NON MAGNETICO, NON CONDUTTORE (LANDAU, LIFSHITZ 1966)
NON ASSORBENTE

MEZZO SIA OMOGENEO QUINDI LA COSTANTE DIELETTRICA NON E' UN TENSORE

$$\varepsilon = \varepsilon_{medio} + \underset{\text{FLUTTUAZIONI}}{\delta \varepsilon}$$

ONDA PIANA INCIDENTE $\underline{E}_i, \underline{D}_i, \underline{H}_i$

" " DIFFUSA $\underline{E}_S, \underline{D}_S, \underline{H}_S$

$\underline{E}, \underline{D}, \underline{H}$ IN UN PUNTO DEL MEZZO DIFFONDENTE SONO

$$\underline{E} = \underline{E}_i + \underline{E}_S$$
$$\underline{D} = \underline{D}_i + \underline{D}_S \qquad \underline{D} = \varepsilon \underline{E}$$
$$\underline{H} = \underline{H}_i + \underline{H}_S$$

TUTTI I CAMPI SEGUONO EQUAZIONI DI MAXWELL, QUINDI

$$\begin{cases} \underline{\nabla} \wedge \underline{E}_S = -\dfrac{1}{c} \dfrac{\partial \underline{H}_S}{\partial t} \\ \underline{\nabla} \wedge \underline{H}_S = \dfrac{1}{c} \dfrac{\partial \underline{D}_S}{\partial t} \end{cases}$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{H}_S = 0$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{D}_S = 0$$

$$\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{E}_S = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{D}_S}{\partial t^2}$$ EQUAZIONE D'ONDA

$$\underline{D} = (\varepsilon_m + \delta\varepsilon)(\underline{E}_i + \underline{E}_s)$$

$$= \underbrace{\varepsilon_m \underline{E}_i}_{\underline{D}_i} + \delta\varepsilon\, \underline{E}_i + \varepsilon_m \underline{E}_s + \cancel{\delta\varepsilon}\, \underline{E}_s$$

$\Downarrow$

TRASCURABILE RISPETTO A $\delta\varepsilon\, \underline{E}_i$ PERCHE' $|\underline{E}_s| << |\underline{E}_i|$

$$\underline{D} = \underline{D}_i + \varepsilon_m \underline{E}_s + \delta\varepsilon\, \underline{E}_i \Rightarrow \boxed{\underline{D}_s = \varepsilon_m \underline{E}_s + \delta\varepsilon\, \underline{E}_i}$$

$$\underline{E}_s = \frac{\underline{D}_s - \delta\varepsilon\, \underline{E}_i}{\varepsilon_m}$$

DALL'EQUAZIONE D'ONDA DI PAGINA PRECEDENTE

$$\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{E}_s = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{D}_s}{\partial t^2}$$

$\Downarrow$

$$\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \left[\frac{\underline{D}_s - \delta\varepsilon\, \underline{E}_i}{\varepsilon_m}\right] = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{D}_s}{\partial t^2}$$

$$\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{D}_s - \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge (\delta\varepsilon\, \underline{E}_i) = -\frac{\varepsilon_m}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{D}_s}{\partial t^2}$$

$\Downarrow$

$$\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{D}_s = \underline{\nabla} \cdot (\underline{\nabla} \cdot \underline{D}_s) - \underline{\nabla}^2 \underline{D}_s$$

$\Downarrow$

$\underline{\nabla} \cdot \underline{D}_s = 0$ PERCHE' IL MEZZO NON CONDUCE ELETTRICAMENTE

$$-\underline{\nabla}^2 \underline{D}_s + \frac{\varepsilon_m}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{D}_s}{\partial t^2} = \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge (\delta\varepsilon\, \underline{E}_i)$$

$$\underline{\nabla}^2 \underline{D}_s - \frac{\varepsilon_m}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{D}_s}{\partial t^2} = -\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge (\delta\varepsilon\, \underline{E}_i)$$

INTRODUCIAMO IL VETTORE DI HERTZ $\underline{\Pi}$ TALE CHE $\underline{D}_s = \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{\Pi}$

$$\underline{\nabla}^2 \left(\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{\Pi} \right) - \frac{\varepsilon_m}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{\Pi} \right) = - \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \left(\delta\varepsilon \, \underline{E}_i \right)$$

$$\underline{\nabla}^2 \underline{\Pi} - \frac{\varepsilon_m}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\Pi}}{\partial t^2} = -\delta\varepsilon \, \underline{E}_i$$

SORGENTE LUMINOSA

$\Downarrow$

L'EQUAZIONE D'ONDA HA LA SEGUENTE SOLUZIONE:

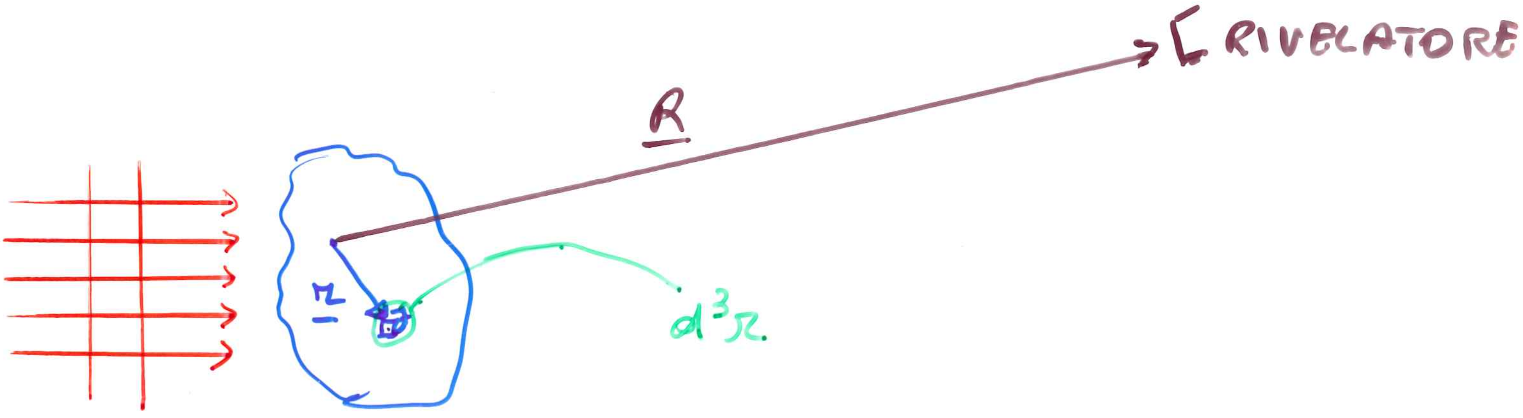
$$\underline{\Pi}(R,t) = \frac{1}{4\pi} \int_V d^3 r \, \frac{\delta\varepsilon(\underline{r},t')}{|\underline{R} - \underline{r}|} \, \underline{E}_i(\underline{r},t')$$

DOVE:

$\underline{r}$ = DISTANZA DI UN PUNTO DEL CAMPIONE DALL'ORIGINE DEL SISTEMA DI RIFERIMENTO

$\underline{R}$ = DISTANZA RIVELATORE - CAMPIONE

$t' = t - \frac{\sqrt{\varepsilon_m}}{c} |\underline{R} - \underline{r}|$ TEMPO RITARDATO



ONDA PIANA

$$\underline{E}_i(\underline{r},t) = \underline{n}_i E_0 \, e^{i(\underline{k}_i \cdot \underline{r} - \omega_i t)}$$

$\underline{n}_i$ = VERSORE UNITARIO $|\underline{k}_i| = \frac{2\pi}{\lambda} n$ $\omega_i = 2\pi f_i$

$$\underline{D}_s = \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \underline{\tilde{\Pi}} =$$

$$= \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \left[\frac{1}{4\pi} \int_V d^3 r \, \frac{\delta\varepsilon(\underline{r}, t')}{|\underline{R} - \underline{r}|} \, \underline{n}_i \, E_0 \, e^{j(\underline{k}_i \cdot \underline{r} - \omega_i t)} \right]$$

- LA DISTANZA R (RIVELATORE - CAMPIONE) E' MOLTO MAGGIORE DELLA DIMENSIONE DEL CAMPIONE $R \gg r$ QUINDI

$$|\underline{R} - \underline{r}| \cong R - \underline{r} \cdot \underline{\hat{k}}_s$$

$\rightarrow$ VETTORE UNITARIO NELLA DIREZIONE DI $\underline{E}_s$

- SUL RIVELATORE PENSATO IMMERSO NEL MEZZO DI COSTANTE DIELETTRICA ε_m E':

$$\underline{D}_s = \varepsilon_m \underline{E}_s$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{E}_s(R, t) = \underline{\nabla} \wedge \underline{\nabla} \wedge \left[\frac{E_0 \, \underline{n}_i}{4\pi \varepsilon_m} \int_V d^3 r \, \frac{\delta\varepsilon(\underline{r}, t')}{|\underline{R} - \underline{r}|} \, e^{j(\underline{k}_i \cdot \underline{r} - \omega_i t')} \right]$$

DOVE $t' \cong t - \frac{\sqrt{\varepsilon_m}}{c} (R - \underline{r} \cdot \underline{\hat{k}}_s)$

FACCIAMO L'ANALISI DI FOURIER DI $\delta\varepsilon(\underline{r}, t')$ SULL'INTERVALLO T':

$$\delta\varepsilon(r, t') = \sum_p \delta\varepsilon_p(r) \, e^{j\omega_p t'}$$

DOVE $\omega_p = \left(\frac{2\pi}{T'}\right) p$

LE COMPONENTI ω_p CHE CONTRIBUISCONO ALLA SOMMATORIA SONO DOVUTE AI MOTI DI ROTAZIONE E TRASLAZIONE, TIPICAMENTE $\boxed{< 10^{13}\ Hz \ll \omega_i}$

DEFINITE LE GRANDEZZE:

$$\omega_s = \omega_i - \omega_p \qquad \omega_i = \frac{c\, k_i}{n} \qquad n = \sqrt{\varepsilon_m}$$

$$\underline{k}_p = \frac{\sqrt{\varepsilon_m}}{c}\, \omega_s\, \hat{\underline{k}}_s$$

$\underline{q}_p = \underline{k}_i - \underline{k}_p$, SI TROVA:

$$E_s(R,t) = \frac{E_0}{4\pi\varepsilon_m}\frac{1}{R}\sum_p e^{j(k_p R - \omega_i t)}\, \underline{k}_p \wedge \Big[$$

$$\Big[\underline{k}_p \wedge \int_V d^3 r\, e^{j[\underbrace{(\underline{k}_i - \underline{k}_p)\cdot \underline{r}}_{\underline{q}\cdot\underline{r}}]} \cdot$$

$$\cdot \boxed{\delta\varepsilon_p(\underline{r})}\, \boxed{e^{j\omega_p t}} \cdot \underline{n}_i \Big]$$

AVENDO TRASCURATO I TERMINI DI ORDINE SUPERIORE A $1/R$ NEL FATTORE DI AMPIEZZA.

DATO CHE $\omega_p \ll \omega_i$ E':

$$k_p \cong \frac{\sqrt{\varepsilon_m}}{c}\,\omega_i = k_i \simeq k_s ; \quad \left[\omega_i = c\frac{k_i}{n} \quad n = \sqrt{\varepsilon_m}\right]$$

QUINDI $k_p \hat{\underline{k}}_s \simeq k_i \hat{\underline{k}}_s$ E $\underline{q} = \underline{k}_i - \underline{k}_s$

I TERMINI $\delta\varepsilon_p$ E $\exp j\omega_p t$ SONO LE SOLE QUANTITA' CHE ~~DIPENDONO~~ DA p

$$\underline{E}_s(R,t) = \frac{E_0}{4\pi\varepsilon_m}\frac{1}{R}\, e^{j[k_s R - \omega_i t]}\, \underline{k}_s \wedge \Big[\underline{k}_s \wedge \int_V d^3 r\, e^{j\underline{q}\cdot\underline{r}}\, \delta\varepsilon(\underline{r},t)\cdot \underline{n}_i\Big]$$

LE ULTIME EQUAZIONI NON DIPENDONO DA t' MA DA t -

$$\underline{E}_s(R,t) = \frac{E_0}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^{j[\underline{k}_s \cdot \underline{R} - \omega_i t]}}{R} \cdot |\underline{k}_s|^2 \underline{n}_s \cdot$$

$$\cdot \int_V d^3r \left(e^{j\underline{q}\cdot\underline{r}} \right) \cdot \delta\varepsilon(\underline{r},t)$$

$\int_V d^3r \, e^{j\underline{q}\cdot\underline{r}} \, \delta\varepsilon(\underline{r},t)$ E' LA TRASFORMATA DI FOURIER SPAZIALE DELLE FLUTTUAZIONI DI COSTANTE DIELETTRICA DEL MEZZO $\delta\varepsilon(\underline{q},t)$

CIOE',
FRA TUTTE LE COMPONENTI DI FOURIER DELLE FLUTTUAZIONI SPAZIALI DI COSTANTE DIELETTRICA, SOLO QUELLA DI VETTORE D'ONDA $\underline{q}$ E' RESPONSABILE DELLA LUCE DIFFUSA VISTA A UN DATO ANGOLO DI SCATTERING ϑ.