

3° Compitino di Istituzioni di Fisica Teorica

25 Gennaio 1996

Problema 1

Un oscillatore armonico bidimensionale è descritto dall'Hamiltoniana

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$$

a) - Scrivere quali sono gli autovalori e gli autostati di H_0 e discutere la degenerazione dei livelli energetici.

b) - Se ad H_0 viene aggiunto il potenziale

$$V_1 = Axy \quad (0 < A < k)$$

verificare che la trasformazione

$$\xi = \frac{x+y}{\sqrt{2}}; \quad \eta = \frac{x-y}{\sqrt{2}}$$

permette di scrivere ancora l'Hamiltoniana totale come somma di hamiltoniane di oscillatori unidimensionali disaccoppiati.

Dire quali sono i nuovi autovalori ed autostati dell'energia, e discutere la degenerazione.

c) - Nelle condizioni del punto b), supponiamo che il sistema si trovi nello stato fondamentale e che, al tempo $t=0$, il sistema si accoppi ad un campo elettrico diretto lungo y della forma

$$E_y(t) = E_0 e^{-t/\tau} \theta(t) \quad (\tau > 0)$$

(si supponga l'oscillatore avente carica elettrica Q).

Scrivere l'Hamiltoniana di interazione H_I e calcolare, al primo ordine, la probabilità di transizione verso il primo stato eccitato per $t \rightarrow \infty$.

(N.B.- Si consiglia di utilizzare la rappresentazione del numero di occupazione)

Problema 2

Una particella di massa m e spin $1/2$ è vincolata a muoversi su una superficie sferica di raggio R ed è soggetta all'interazione

$$H_I = A \vec{L} \cdot \vec{\sigma}$$

a) - Si scriva l'Hamiltoniana completa del sistema e quali sono gli autovalori dell'energia.