

VIII

I DISCRIMINATORI A FRAZIONE COSTANTE

1.- La determinazione di marche di tempo o del "timing"

Esistono numerosi esempi in fisica nei quali ha interesse conoscere l'istante di tempo in cui un certo evento si è verificato. Va da sé che la misura, in generale, deve essere fatta con una precisione adeguata allo scopo che ci prefiggiamo. Tali misure di tempo quasi sempre hanno un interesse per poter determinare poi *differenze di tempo*. Possiamo per esempio immaginare la misura della velocità media di una sferetta che rotola lungo un piano inclinato (ottenuta dalla conoscenza della differenza dei tempi di passaggio fra due fotocelle poste a distanza nota), oppure la misura della velocità media di una particella che ha attraversato in successione due rivelatori, pure posti a distanza nota, oppure la misura della differenza di tempo fra l'istante in cui una particella instabile penetra e si ferma in un rivelatore e l'istante in cui essa decade. Tutti questi processi producono, o nelle cellule fotoelettriche posto lungo il piano inclinato o nei rivelatori di particelle predisposti all'uso, dei segnali elettrici che opportunamente trattati devono fornire l'informazione alla quale siamo interessati. Le tecniche che consistono nell'estrarre dai segnali detti un'informazione riguardante l'istante di tempo in cui l'evento si è prodotto vanno genericamente sotto il nome di *timing*, con una corrispondente espressione italiana di *temporizzazione* per la verità molto poco usata.

Consideriamo l'ultimo dei casi considerati che sperimentalmente è sufficientemente articolato da mettere in evidenza i vari aspetti associati alla soluzione del problema; oltretutto è chiaro che il nostro interesse va verso l'illustrazione delle tecniche più sofisticate, ovvero quelle che consentono misure di intervalli di tempo anche inferiori a *ns*.

Facciamo inizialmente l'ipotesi che il segnale associato alla rivelazione della particella che arriva sul rivelatore, alla fine della catena di misura ad esso associata, abbia un andamento del tipo rappresentato nella Fig.1:

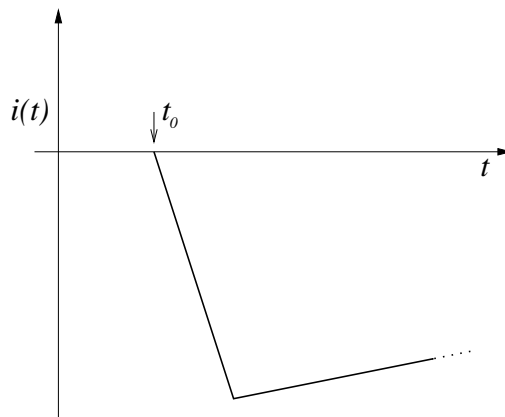


Fig.VIII.1

Per essere concreti ammettiamo che il segnale $i(t)$ sia la corrente di anodo di un fotomoltiplicatore (*PMT*, *PhotoMultiplier Tube*) accoppiato otticamente al rivelatore a scintillazione che viene colpito dalla particella. L'andamento riportato nella Fig.1 è determinato, almeno per la prima parte (*fronte di salita* del segnale), quella più rapida, dal tempo di risposta del *PMT* che può essere di pochi *ns* e per la seconda parte dal tempo di decadimento della fluorescenza dello scintillatore; a seconda degli scintillatori impiegati si possono avere delle costanti di tempo di decadimento della fluorescenza da alcuni *ns* ad alcuni μs . Ripensando all'esempio del capitolo precedente, il segnale della Fig.1 può anche rappresentare abbastanza fedelmente l'uscita del preamplificatore accoppiato ad un rivelatore al Silicio.

Supponiamo ora che il decadimento della particella che si è arrestata nello scintillatore avvenga tramite l'emissione di almeno una particella carica, la quale produce allora nel rivelatore una seconda scintillazione, che a sua volta produce un secondo segnale di corrente all'uscita del *PMT*. Questo segnale è del tutto simile al primo, in particolare avrà la stessa forma. Supponiamo anche per il momento, salvo abbandonare presto questa ipotesi veramente poco realistica, che i due segnali di "arrivo" della particella e di "decadimento" abbiano anche la stessa ampiezza, cioè siano identici. Ammettiamo anche che l'uscita del *PMT* sia esente da rumore. In queste ipotesi, vergognosamente semplificative, la informazione sull'istante di arrivo della particella e sull'istante del suo decadimento si potrebbero ottenere semplicemente inviando la corrente $i(t)$ all'ingresso di un discriminatore (con resistenza di ingresso di 50Ω , per assicurare la terminazione al cavo che trasmette il segnale) con una soglia di discriminazione posta ad un valore negativo, piccolo quanto si vuole. Il discriminatore al passaggio della soglia, quindi appena il segnale inizia a discostarsi dallo 0, produce in uscita un segnale logico vero "1" la cui transizione dallo stato "0" allo stato "1" è contemporanea alla "nascita" del segnale e costituisce quindi il nostro segnale di *timing*. Il ritorno del segnale logico (che supponiamo sia in logica negativa) allo stato falso "0" avviene dopo un tempo che possiamo impostare secondo la nostra convenienza e che, in prima approssimazione, non è di alcun interesse. Nella Fig.2 riportiamo con lo stesso asse dei tempi le tensioni all'uscita del *PMT* e l'uscita del comparatore al cui ingresso il segnale viene applicato.

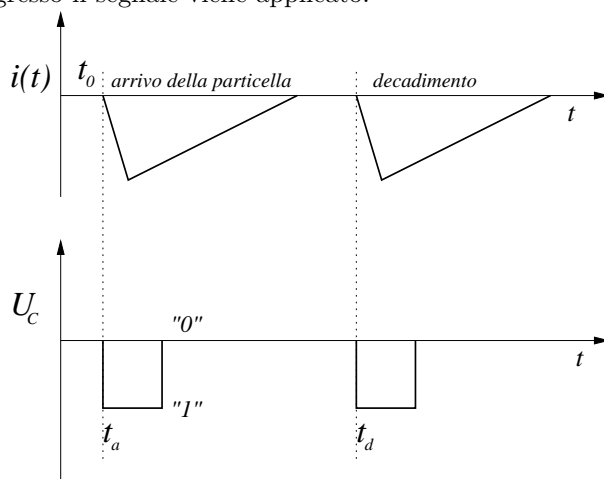


Fig.VIII.2

Si ammette che i fronti dei segnali logici, ed in particolare quello di interesse $0 \rightarrow 1$, siano estremamente brevi. In questo schema la differenza fra l'istante della transizione $0 \rightarrow 1$ dell'uscita del discriminatore in risposta all'arrivo della particella e quello in risposta al suo decadimento danno proprio la differenza di tempo fra gli istanti del processo fisico ai quali siamo interessati. In pra-

tica la transizione $0 \rightarrow 1$ del primo segnale logico dà lo *start* ad un convertitore Tempo-Ampiezza e il secondo dà lo *stop* al medesimo dispositivo. Il convertitore Tempo-Ampiezza agisce come un cronometro e fornisce all'utente la differenza di tempo come segnale analogico di tensione.

L'utilizzo nel comparatore di una soglia estremamente "bassa" è fondamentale per non introdurre ritardo fra l'istante in cui "nasce" l'evento che produce il segnale di anodo e quello in cui l'uscita del comparatore compie la transizione $0 \rightarrow 1$ o –come si dice– il comparatore *scatta*. La soglia infinitesimamente bassa permette al sistema di funzionare correttamente anche quando i segnali avessero ampiezze diverse: lo scatto del comparatore avverrebbe non appena il segnale si discostasse da zero (ed avesse derivata negativa).

Rilasciamo ora l'ipotesi –per altro insostenibile– che non esista rumore all'uscita di anodo del *PMT*. La presenza di un rumore non nullo, dovuta principalmente ai termoelettroni emessi con tempi a caso dal fotocatodo e che producono sequenze di impulsi a caso all'uscita di anodo, ognuno ampio alcuni mV su 50Ω , impedisce di collocare la soglia del discriminatore bassa come abbiamo ipotizzato. Infatti, se lo facessimo, il discriminatore "scatterebbe sul rumore", ovvero produrrebbe un'uscita logica ad ogni arrivo di termoelettrone; a parte lo scarso nostro interesse per queste uscite, il vero problema sarebbe che tale modo di funzionare di fatto impedirebbe di compiere misure corrette e renderebbe praticamente impossibile distinguere le transizioni alle quali siamo interessati da quelle (la maggioranza) dovute al rumore. La presenza del rumore ci forza quindi a posizionare la soglia ad un valore significativamente diverso da 0, comunque in valore assoluto superiore alle "creste" di rumore che nel caso specifico significa l'ampiezza dei segnali dei termoelettroni (vedi Fig.3).

2.– La tecnica *Leading Edge*

La tecnica di *timing* appena detta, ovvero la creazione di un segnale logico associata al passaggio di una soglia da parte del primo fronte del segnale è detta di *Leading Edge* (LE). L'ampiezza finita della soglia porta ad un ritardo sistematico (vedi Fig.3) fra l'istante t_a in cui l'uscita del comparatore scatta e l'istante di "vero" inizio del segnale t_0 .

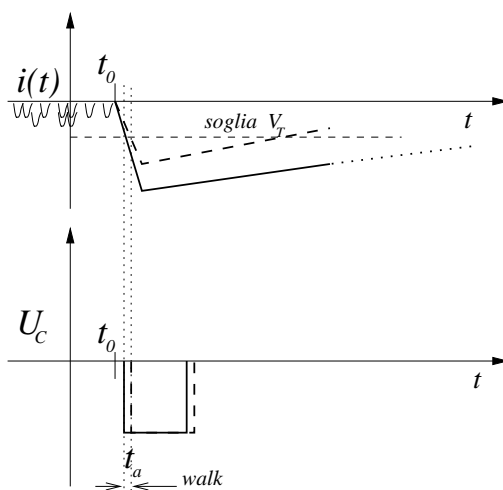


Fig.VIII.3

Tuttavia, se il segnale di decadimento avesse esattamente la stessa ampiezza e forma del primo, la

differenza fra i fronti $0 \rightarrow 1$ delle uscite del comparatore sarebbe esente da errori sistematici. Se viceversa le ampiezze dei segnali cambiano di volta in volta, cambiano anche di volta in volta i ritardi introdotti dalla tecnica LE (essi aumentano al diminuire dell'ampiezza dei segnali) e le differenze di tempo fra le transizioni $0 \rightarrow 1$ dei segnali logici non riproducono più le corrette differenze di tempo. Si osservi che un segnale così poco ampio da essere inferiore al valore della soglia non produce lo scatto del comparatore e che un segnale con ampiezza pari al valore di soglia produce un *timing* ritardato rispetto al valore corretto (inizio del segnale) dell'intervallo di tempo che intercorre fra la partenza del segnale e il raggiungimento del massimo.

La dipendenza del *timing* dall'ampiezza del segnale è detta, con locuzione pregnante, *walk* (vedi Fig.3). Sinteticamente, indulgendo sicuramente a qualche inglesismo di troppo, la tecnica di *timing* basata sul *leading edge* presenta un sensibile effetto di *walk*.

Non basta: la Fig.3 è fortemente irrealistica. Infatti il rumore è sempre presente e in particolare i termoelettroni non si fanno scrupolo ad abbandonare il fotocatodo quando avviene la rivelazione della particella. Pertanto una più corretta rappresentazione dell'uscita di anodo è suggerita dalla Fig.4, dove anche il segnale, non solo la linea di base, è "corrugato" dal rumore*.

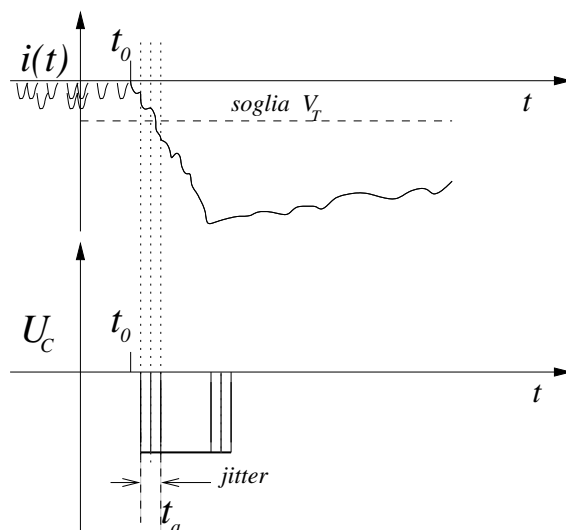


Fig.VIII.4

Si noti che i fronti dell'uscita U_C del comparatore sono disegnati sfumati, a ricordarci che la presenza del rumore sovrainposto al segnale, fa sì che anche segnali identici, combinandosi diversamente col rumore, diano luogo a istanti di passaggio della soglia (e quindi a transizioni $0 \rightarrow 1$ di U_C) differenti. Questo effetto, cioè della fluttuazione statistica del *timing* dovuta alla presenza del rumore, è detto *jitter*. E' ovvio che il jitter è tanto maggiore, a parità di ampiezza di segnale, quanto maggiore è il rumore e, a parità di rumore, quanto più piccola è l'ampiezza del segnale: infatti a parità di forma e con segnali che crescono linearmente col tempo, segnali più piccoli hanno pendenze in valore assoluto inferiori e la stessa "increspatura" sul segnale induce una variabilità maggiore nel passaggio di soglia.

* A volere essere pignoli, se il *PMT* è raffreddato così da avere una emissione termoionica veramente contenuta, il ritmo di produzione dei termoelettroni può essere talmente basso che la probabilità che essi si impilino sul segnale sia irrilevante e allora una tecnica di *timing* con soglia bassissima funziona davvero bene.

Il *jitter* rappresenta un errore di tipo casuale sul *timing*, mentre lo *walk* rappresenta un errore di tipo sistematico.

A questo punto vale la pena di rimarcare che stiamo assumendo che i segnali abbiano tutti la stessa forma, ovvero che segnali diversi fra loro differiscano unicamente per un fattore di scala sull'ampiezza. In particolare ciò implica che, dato un segnale qualsiasi, il suo massimo (o una qualunque frazione prefissata di esso) viene raggiunto sempre dopo lo stesso tempo a partire dall'inizio del segnale stesso. Questa ipotesi è coerente col fatto che il sistema di rivelazione abbia un comportamento lineare e che le varie eccitazioni (fluorescenza indotta dal passaggio delle particelle attraverso lo scintillatore o dal loro decadimento, quindi segnali prodotti da altre particelle) possano differire fra loro solo per ampiezza e non per forma. La realtà dei fatti è tale per cui questo non è esattamente vero per tutti i rivelatori: comunque noi assumeremo, a meno che non sia detto esplicitamente il contrario, che le forme siano effettivamente sempre le stesse. Inoltre assumeremo che i segnali abbiano, almeno per il primo fronte, andamenti lineari in funzione del tempo. Questa è sicuramente una schematizzazione non particolarmente realistica, perché qualunque segnale, essendo generato in un processo fisico reale, parte sempre con derivata prima nulla e quindi assume inizialmente un andamento parabolico (ovviamente un andamento analogo si osserva quando esso raggiunge il massimo). Tuttavia, quello che non è particolarmente irrealistico ipotizzare è che per tutti i segnali esista una zona, sufficientemente lontana dall'inizio del segnale e dal suo massimo, nella quale il segnale ha un andamento nel tempo ben confondibile con quello di un segmento di retta.

L'uguaglianza delle forme, al variare dell'ampiezza, ci suggerisce che una tecnica di *timing* esente da *walk* consisterebbe nel produrre la transizione del segnale logico di *timing* in corrispondenza del passaggio di una soglia che idealmente, per ogni segnale, si adeguasse ad una definita frazione del massimo, per esempio quando i segnali raggiungessero la metà della loro ampiezza finale. La creazione di questa soglia "mobile" è effettivamente possibile e consiste nella realizzazione del cosiddetto *timing* a "frazione costante" o *Constant Fraction Timing*.

3.- Il discriminatore a frazione costante

Consideriamo un segnale del tipo riportato in Fig.1, cioè con andamento iniziale lineare. Indichiamo con T_M il tempo di raggiungimento del massimo. Mediante la catena elettronica riportata in Fig.5 compiamo le seguenti operazioni (lineari) sul segnale:

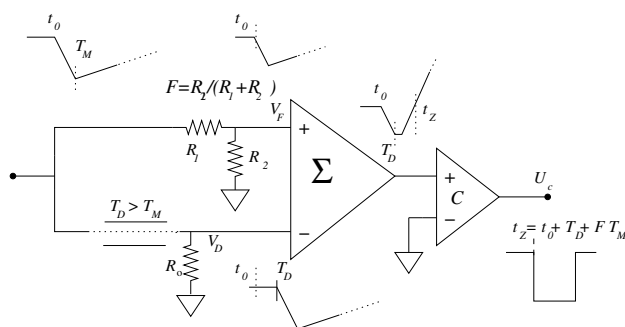


Fig.VIII.5

il segnale è innanzitutto diviso su rami; uno dei due rami presenta il segnale V_F attenuato di un

fattore $F = R_2/(R_1 + R_2)$ all'ingresso “+” dell'amplificatore-sommatore Σ ; all'ingresso “-” del sommatore giunge l'altro segnale V_D inalterato in ampiezza, ma ritardato –tramite linea di trasmissione chiusa sulla sua impedenza caratteristica– di un tempo T_D appena superiore al tempo T_M di raggiungimento del massimo (che, si ricorda, è uguale per tutti i segnali). L'uscita del sommatore U_Σ è così costituita da un segnale bipolare che presenta sempre un passaggio del valore $0 V$ al tempo t_Z indipendente dal valore del massimo (vedi Fig.5):

$$t_Z = t_0 + T_D + F \cdot T_M \quad (\text{VIII.1})$$

Se T_D sopravanza significativamente T_M , cosa che si cerca di evitare, allora la schematizzazione non è più corretta e in particolare cambia il tempo di passaggio dello 0.

Se tutti i segnali vengono trattati con questa procedura, le corrispondenti uscite U_Σ presentano un passaggio del valore 0 ad un istante di tempo che ha un ritardo fisso, cioè uguale per tutti i segnali, rispetto alla loro origine. L'uscita U_Σ viene pertanto inviata ad un comparatore con soglia posta a 0 e quindi produce una transizione logica $0 \rightarrow 1$ al tempo t_Z dato dalla 1).

Un dispositivo che opera sul principio appena descritto, è detto “Discriminatore a frazione costante” o *Constant Fraction Timing Discriminator* (CFTD) e ha la caratteristica di essere, almeno per segnali fatti come abbiamo ipotizzato, esente da *walk*. La scelta della frazione F non provoca, nelle approssimazioni di segnali con andamento lineare sul fronte di salita, alcun cambiamento significativo (si sposta per tutti i segnali t_Z , ma per tutti allo stesso modo e lo *walk* resta assente). Ancora una volta, le cose stanno in maniera leggermente diversa: occorre cioè tener conto dell'esistenza del rumore e del fatto che tipicamente, come già detto, i segnali reali presentano all'inizio un andamento almeno parabolico (se non più lento), poi tendono a linearizzarsi in funzione del tempo e quindi –raggiunta una pendenza massima– cominciano ad incurvarsi, rivolgendo la concavità dalla parte opposta, all'avvicinarsi del massimo. Ora, dalle considerazioni prima fatte riguardo al *jitter*, sappiamo che esso, a parità di rumore, è minimo se il passaggio della soglia (in questo caso lo 0 del segnale U_Σ) avviene in corrispondenza della pendenza massima del segnale, ovvero nel flesso; pertanto il criterio normalmente adottato nella scelta di F è proprio di quello di selezionare la frazione del segnale in cui esso presenta il flesso; di norma la zona del segnale con pendenza massima è sufficientemente ampia da non rendere criticissima la scelta di F .

Con *CFD* aggiustati al meglio per quanto riguarda T_D e F e utilizzati con segnali aventi tempi di salita di alcuni *ns*, si possono avere *walk* residui, dovuti alla non perfetta linearità degli andamenti o uguaglianza delle forme, di assai meno di un decimo di *ns*. Le ottime caratteristiche in termini di *walk* vanno presto perdute se i segnali non hanno tutti forme identiche. E' facile vedere che il sistema descritto presenta, ad esempio, una marcata dipendenza del tempo di passaggio di zero dal tempo di salita: nella nostra schematizzazione di pendenza costante abbiamo visto che il tempo di passaggio di zero t_Z dipende proprio linearmente da T_M .

Alcuni rivelatori (per esempio i rivelatori a semiconduttore) presentano una più o meno marcata dispersione di forme; diciamo, in prima approssimazione, che abbiamo diversi tipi di segnale che, oltre ad avere ampiezze diverse, presentano pendenze nella parte iniziale differenti (continuiamo ad ammettere andamenti lineari). Il motivo di questi diversi tempi di salita può essere molteplice: può essere la differente risposta del rivelatore alle diverse particelle o la differente penetrazione di queste nel rivelatore, che comporta diversi tempi di raccolta delle cariche; non approfondiremo ulteriormente la fisica di questo fenomeno, ma, stando “contenti al quia”, prendiamo atto della sua esistenza, sapendo tuttavia che esiste una variante del CFTD, detta ARC-CFTD per *Amplitude Risettime Compensated* CFTD, che permette di rimediare al problema. Il metodo di compensazione si basa su una procedura identica a quella descritta prima, eccezion fatta per il ritardo T_D che ora

deve essere inferiore al tempo T_M del raggiungimento del massimo. Considerando in dettaglio il segnale somma abbiamo la situazione riportata nella Fig.6:

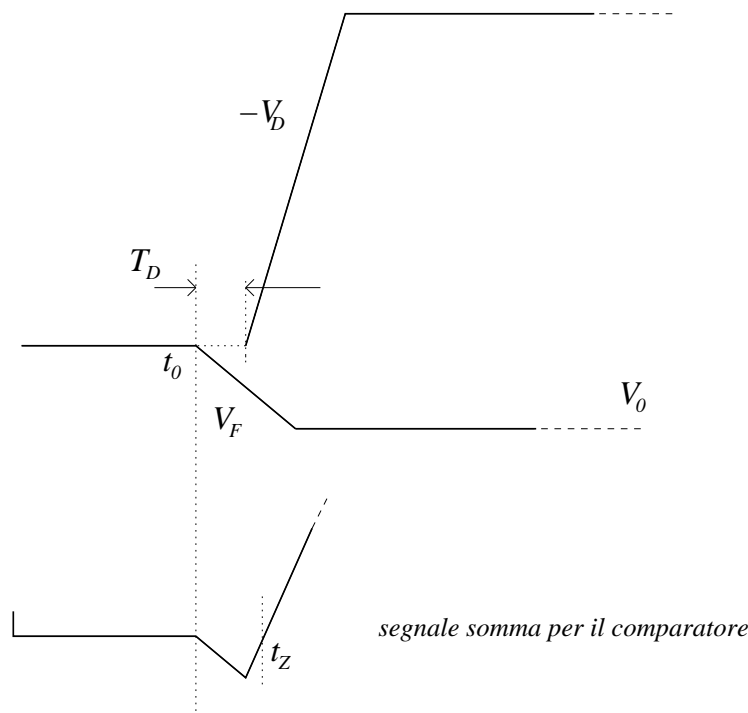


Fig.VIII.6

Imponendo che la somma $-V_D + V_F$ sia nulla (la condizione per cui scatta il comparatore con la soglia a 0), ovvero:

$$\frac{F \cdot V_0}{T_M} t_Z = \frac{V_0}{T_M} (t_Z - T_D) \quad (\text{VIII.2})$$

otteniamo:

$$t_Z = \frac{T_D}{1 - F} \quad (\text{VIII.3})$$

indipendente, come desiderato, sia dall'ampiezza che dal tempo di salita, ovvero, nella nostra schematizzazione, dal tempo di raggiungimento del massimo T_M .

Un'ultima considerazione per quanto riguarda il *jitter*: i metodi di discriminazione a frazione costante, come abbiamo visto, si basano su una combinazione lineare del segnale a tempi diversi; pertanto il segnale utilizzato per il passaggio di zero ha sempre una varianza complessiva di rumore superiore a quella che possiede il segnale originario; ad essere precisi, nel fare questa affermazione dovremmo anche considerare la funzione di autocorrelazione dell'uscita sommata, ma assumiamo che la sua $R(\tau)$ sia differente da 0 solo su tempi molto minori di T_D , per cui i due membri della combinazione lineare si possano considerare indipendenti. Pertanto le tecniche CFTD, pur essendo incomparabilmente superiori a quelle LE per quanto riguarda lo *walk*, sono ad esse inferiori per quanto attiene al *jitter*. La tecnica LE, usando il solo segnale originario, presenta la minima varianza possibile nel *timing*.