ESPERIENZA DEL DIAGRAMMA HR

Alberto Righini, Marco Romoli

Esperimentazioni IIIB

Versione: 4 Dicembre 2004

1 Fotometria stellare

1.1 Introduzione

Osservando il cielo risulta evidente che le stelle non danno tutte una uguale sensazione di luminosità e di colorazione. Nel I secolo a.C. l'astronomo Ipparco divise le stelle in classi di luminosità a seconda del momento in cui queste apparivano dopo il tramonto del Sole. Le prime ad apparire furono iscritte nella prima classe, le ultime nella sesta classe. La sensazione di luminosità data dalla stella fu detta poi alla latina *magnitudo*, ovvero *grandezza*. Claudio Tolomeo (125 d.C.) estese il lavoro di Ipparco e il catalogo delle magnitudini stellari entrò nella tradizione astronomica. Nel 1856 N. R. Pogson confermò la scoperta di Herschel, il quale si era accorto che l' energia che ci giunge da una stella di prima grandezza è circa 100 volte superiore a quella che ci giunge da una stella di sesta e che la scala di magnitudini è una scala logaritmica.

1.2 La magnitudine e le grandezze radiometriche

Per razionalizzare la scala delle grandezze stellari, Pogson decise di ridefinirla in modo che una differenza di 5 classi di magnitudini corrispondesse esattamente a un rapporto 100 nel flusso. In base a questa definizione se m_1 ed m_2 sono le magnitudini apparenti[1] di due stelle, il rapporto tra i flussi E_1, E_2 è dato da:

$$E_1/E_2 = (10^2)^{(m_2-m_1)/5}$$

Questa relazione può anche essere riscritta come:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log(E_1/E_2)$$

L' occhio umano riesce in genere a discriminare una differenza di due decimi di magnitudine.

Si consideri adesso una superficie elementare dA orientata, situata in un punto P ed immersa in un campo di radiazione. L' energia che fluisce attraverso dA in un cono di

[1] Le magnitudini stellari si dicono *apparenti* quando si riferiscono all'osservazione dalla Terra

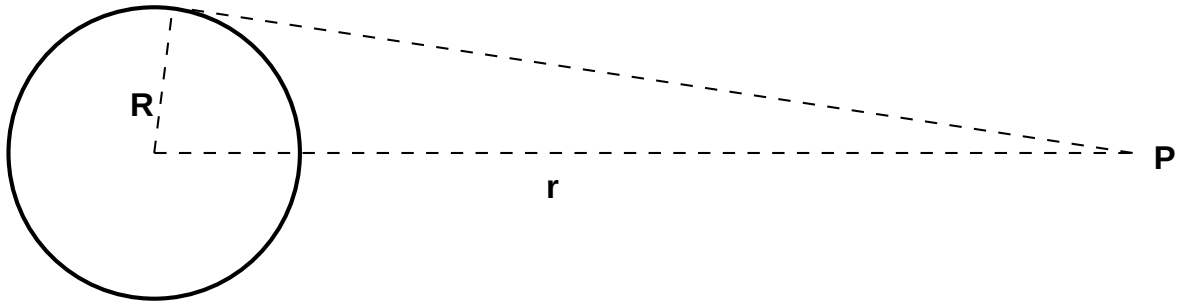

Figure 1: Geometria per il calcolo del flusso di radiazione prodotto da una sorgente sferica nel punto P.

ampiezza $d\Omega$, il cui asse formi un angolo θ rispetto alla normale $\mathbf{n}$ alla superficie, alla frequenza λ per il tempo dt è dato da

$$dE_\lambda = I_\lambda(P, \theta, \phi, t) \cos\theta \, dA \, dt \, d\Omega \, d\lambda \tag{1}$$

dove $d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$. La funzione $I_\lambda(P, \theta, \phi, t)$ si chiama *intensità specifica.* Il flusso totale di energia alla lunghezza d'onda λ, che attraversa una superficie unitaria nell'unità di tempo e per unità di lunghezza d'onda, si ottiene integrando la I_λ su tutto l' angolo solido, ovvero:

$$F_\lambda = \int_{4\pi} I_\lambda \cos\theta \, d\Omega = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} I_\lambda \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi. \tag{2}$$

La I_λ nel sistema CGS si misura in $erg\ cm^{-2} s^{-1} \mu m^{-1} sr^{-1}$.

Come esempio si può calcolare il flusso di radiazione prodotto da una sorgente sferica di raggio R in un punto P posto ad una distanza r dal centro della sorgente (vedi Fig.1).

$$F_\lambda = \int_{2\pi} I_\lambda \cos\theta \, d\Omega = \int_0^{\arcsin R/r} \int_0^{2\pi} I_\lambda \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi. \tag{3}$$

Se I_λ è costante, come è approssimativamente nel caso di una stella, si avrà:

$$F_\lambda = 2\pi I_\lambda \int_0^{R/r} \sin\theta d\sin\theta = \pi I_\lambda \frac{R^2}{r^2} \tag{4}$$

Nel caso in cui il punto P si trovi sulla superficie di una stella è come se il flusso che attraversa una sua unità di superficie provenga solamente da un lato della superficie della stella. Ponendo $r = R$ si ottiene:

$$F_\lambda = \pi I_\lambda \tag{5}$$

Definiamo come luminosità monocromatica L_λ di una stella l'integrale del flusso F_λ sulla sua *superficie*, ovvero:

$$L_\lambda = \int_A F_\lambda \, dA,$$

supponendo che F_λ non dipenda dal punto e che la stella sia sferica con raggio R, consegue che potremo scrivere:

$$L_\lambda = 4\pi R^2 F_\lambda.$$

Da quanto precede consegue che ad una distanza r dalla stella giunge, per unità di tempo, di lunghezza d'onda e di superficie una energia E_λ pari a:

$$E_\lambda = \frac{4\pi R^2 F_\lambda}{4\pi r^2}$$

Sia η_λ la trasparenza atmosferica, ϵ_λ l'efficienza strumentale e A l'area del collettore impiegato, otteniamo che la quantità di energia $W_\lambda \, d\lambda$ raccolta dal ricettore ogni secondo alla frequenza λ è data da:

$$W_\lambda d\lambda = A \frac{R^2 F_\lambda}{r^2} \epsilon_\lambda \eta_\lambda \, d\lambda$$

L' energia totale raccolta si otterrà integrando sull'intera banda di lunghezze d'onda l'espressione precedente:

$$W = A \frac{R^2}{r^2} \int_0^\infty F_\lambda \epsilon_\lambda \eta_\lambda \, d\lambda.$$

1.3 La magnitudine bolometrica

La ricerca richiederebbe di conoscere la magnitudine integrata della stella detta *magnitudine bolometrica*, prima che parti della sua radiazione vengano assorbite selettivamente dall'atmosfera e dallo strumento, come abbiamo appena visto. La magnitudine bolometrica non si può misurare direttamente, neanche fuori dell'atmosfera, in quanto anche in questo caso lo strumento opera una selezione sulla radiazione rivelata, tuttavia è possibile ottenere la magnitudine bolometrica apportando delle opportune correzioni alla magnitudine osservata della stella secondo le indicazioni della teoria.

1.4 La magnitudine assoluta e il modulo di distanza

Consideriamo per ipotesi due stelle perfettamente uguali, una posta a distanza r *parsec* [2] mentre l'altra posta a 10 *parsec* di distanza; la prima di magnitudine m, la seconda di magnitudine M. La differenza di magnitudine tra le due stelle è di:

$$m - M = -2.5 \log A \frac{R^2}{r^2} \int_0^\infty F_\lambda \epsilon_\lambda \eta_\lambda \, d\lambda + 2.5 \log A \frac{R^2}{10^2} \int_0^\infty F_\lambda \epsilon_\lambda \eta_\lambda \, d\lambda \tag{6}$$

ovvero:

$$m - M = 5 \log r - 5 \tag{7}$$

La magnitudine M prende il nome di *magnitudine assoluta.* Questa relazione ci permette, conoscendo la magnitudine apparente m e la distanza r di una stella, di calcolarne la magnitudine assoluta M, ovvero quella magnitudine che la stella avrebbe se portata alla distanza di 10 parsec. Si tenga presente che il nostro sole ha una magnitudine apparente nel visibile (vedi oltre) di -26.77, ma una magnitudine assoluta visibile di 4.79.

1.5 Diametri stellari

Dalle relazioni che abbiamo scritto possiamo ancora ricavare la differenza di magnitudine che sussiste tra sue stelle che abbiamo uguale F_λ ma raggio diverso. La relazione è la seguente:

$$m_1 - m_2 = -5 \log \frac{R_1}{R_2} \tag{8}$$

per cui vediamo che un rapporto in raggio di un fattore 2 comporta una differenza di magnitudine di circa 1.5.

1.6 La magnitudine monocromatica e i sistemi fotometrici

L' analisi fotometrica della radiazione inviataci dalle stelle ha lo scopo di risalire alla funzione F_λ e da questa alle condizioni fisiche della sorgente. Si deve tuttavia notare che strumenti diversi, che per costruzione presentano diversi profili ϵ_λ, osservando in diverse

[2] Il *parsec* (pc) è l'unità astronomica di distanza. Si dice che un oggetto dista n parsec dal Sole quando, da quest'oggetto, la distanza media Sole-Terra, detta Astronomical Unit (AU), sottende, se osservata in direzione ortogonale, un arco di $1/n$ secondi d'arco

condizioni di assorbimento atmosferico danno come risultato magnitudini stellari non confrontabili tra loro. Infatti quando venne introdotto l'emulsione fotografica per valutare la magnitudine stellare, fu immediatamente evidente che i risultati erano diversi da quelli che si ottenevano mediante l'osservazione visuale. La ragione di questa diversità stava nel fatto che l'emulsione fotografica è più sensibile alla radiazione violetta-blu dello spettro, rispetto all'occhio. Per questo motivo sono stati introdotti i *sistemi fotometrici standard* i quali prescrivono le caratteristiche degli strumenti di misura per rendere omogenee le ϵ_λ dei diversi strumenti in modo da ottenere risultati confrontabili tra diversi osservatori e in tempi diversi.

Alcuni settori della ricerca astrofisica richiederebbero di misurare la magnitudine stellare in maniera selettiva, ovvero su bande molto stretto di frequenze. Il limite di larghezza teorico è dato dai processi che avvengono all'interno della stella, che ridistribuiscono l'informazione spettrale su bande la cui larghezza è regolata dalla distribuzione della velocità degli atomi del plasma fotosferico. Solo nel caso delle stelle brillanti è possibile spingersi con gli strumenti ad analizzare gli spettri stellari con larghezze di banda confrontabili con questo limite teorico. Per le stelle più deboli è necessario allargare la banda affinchè sia possibile raccogliere sul rivelatore il numero di fotoni necessario per per eseguire misure con un ragionevole rapporto segnale rumore. Di solito le misure delle magnitudine vengono eseguite su bande della larghezza di circa 1000 Å, in questo caso parleremo di *magnitudini monocromatiche.*

Nel caso che si possa assumere che la funzione F_λ non sia rapidamente variabile con la lunghezza d'onda è possibile svilupparla in serie attorno ad una lunghezza d'onda che per adesso supponiamo arbitraria scrivendo:

$$F(\lambda) \simeq F(\lambda_0) + \frac{\partial F}{\partial \lambda}|_{\lambda_0}(\lambda - \lambda_0)$$

Possiamo quindi scrivere:

$$W = A\frac{R^2}{r^2}\int_0^\infty \left[F(\lambda_0) + \frac{\partial F}{\partial \lambda}|_{\lambda_0}(\lambda - \lambda_0)\right]\epsilon(\lambda)\eta(\lambda)\,d\lambda$$

che si riduce a:

$$W = A\frac{R^2}{r^2}F(\lambda_0)\int_0^\infty \epsilon(\lambda)\eta(\lambda)\,d\lambda$$

scegliendo

$$\lambda_0 = \frac{\int_0^\infty \epsilon(\lambda)\eta(\lambda)\lambda\, d\lambda}{\int_0^\infty \epsilon(\lambda)\eta(\lambda)\, d\lambda}$$

Nell'ambito delle ipotesi precedenti, la misura di W fornisce una valutazione diretta del flusso ad una precisa lunghezza d'onda detta anche *lunghezza d'onda efficace* la cui definizione dipende dalle caratteristiche strumentali.

Si definisce *sistema fotometrico* un insieme di regole di standardizzazione delle tecniche di misura e della strumentazioni avente lo scopo di permettere il confronto diretto dei risultati delle misure fotometriche eseguite in luoghi e tempi diversi. Il sistema che ha dimostrato una grande affidabilità e versatilità, anche grazie all'introduzione di sempre nuove tecnologie, è il così detto sistema U, B, V che si basa su tre bande fondamentali: Ultravioletto (U), Blue (B), Visibile (V). Le bande B e V furono introdotte per compatibilità con il preesistente sistema *fotovisuale*, la banda Ultravioletta fu aggiunta per poter discriminare gli spettri in in base al comportamento del continuo di Balmer. Originariamente il sistema U,B,V fu proposto da Johnson e Morgan nel 1950 dettando queste regole:

1. Il rivelatore deve essere un RCA 1P21
2. Il filtro visibile deve essere il filtro giallo Corning N. 3384
3. Il filtro blu deve essere il Corning N. 5030 cementato a uno Schott N. GG 13
4. Il filtro Ultravioletto deve essere il Corning N. 9863
5. Il telescopio deve essere un riflettore e deve essere alluminato.
6. L'altezza dell'Osservatorio non deve essere inferiore ai 2000 metri.

Seguendo queste regole gli errori sistematici, evidenziati dal confronto tra magnitudini di stessi oggetti osservate in osservatori diversi, sono contenuti entro le 0.02 magnitudini. Ogni osservatorio può confrontare il proprio fotometro utilizzando 10 standard primarie che l'esperienza ha dimostrato essere molto stabili. Da quando fu stabilito il sistema fotometrico molti altri standard sono stati pubblicati per coprire essenzialmente la fascia equatoriale del cielo. Ogni osservatore, a seconda delle zona di cielo che dovrà studiare, provvederà a costruirsi il proprio sistema di standard. Se non si ottempera a tutte

le condizioni elencate, può accadere che la trasformazione del sistema fotometrico dello strumento verso quello standard dipenda dal colore della stella.

Dopo 50 anni dalla sua entrata in funzione, il sistema UBV è ancora ampiamente utilizzato anche se nessuno usa più i filtri originali e il fotomoltiplicatore 1P21. Attualmente è possibile costruire dei filtri appositi anche tenendo conto delle caratteristiche dei nuovi rivelatori per riprodurre le curve di sensibilità spettrale del sistema standard.

1.7 Calibrazione del fotometro

In pratica la luminosità di una stella non è misurata in unità di flusso ma bensì in unità interne del sistema di misura, come per esempio millimetri di deflessione del pennino del registratore a carta, oppure conteggi di fotoni, oppure ancora ADU (Analog to Digital Units)[3] ovvero unità del convertitore Analogico Digitale montato sul fotometro. In tutti questi casi si suppone, e questa è un' ipotesi fondamentale, che il segnale del fotometro sia **proporzionale** al flusso osservato. In simboli

$$E_\lambda = K_\lambda d_\lambda$$

dove d_λ è la misura in unità strumentali eseguita alla lunghezza d'onda λ (o in pratica: nella banda spettrale di lunghezza d-onda efficace λ) e K_λ è una costante di proporzionalità. Se $m_\lambda^{(s)}$ è la magnitudine di una stella standard potremo scrivere

$$m_\lambda^{(s)} = -2.5 \log K_\lambda - 2.5 \log d_\lambda^{(s)}.$$

Da questa relazione si ricava il valore di K_λ. Sarebbe opportuno usare più stelle standard e verificare che il K_λ trovato non presenti una dipendenza dal colore della stella (vedi Indice di Colore), indizio questo di una non buona standardizzazione del proprio dispositivo fotometrico.

1.8 L'indice di colore

Si definisce *indice di colore* di una stella la differenza tra le magnitudini misurate in due diverse regioni spettrali. Se gli indici 1 e 2 si riferiscono a queste due regioni spettrali,

[3] Questa unità è anche chiamata DN (Digital Number)

l'indice di colore si definisce come:

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = -2.5K_{\lambda_1} + 2.5K_{\lambda_2} - 2.5\log d_{\lambda_1} + 2.5\log d_{\lambda_2}$$

Si parlerà in seguito di B-V per indicare la differenza tra le magnitudini Blu e Visibili di una stella. Si noti che se la stella tende al blu, B diminuisce e quindi l'indice tende verso valori negativi, se la stella invece tende verso il colore giallo, allora l'indice, diminuendo V, tende a diventare più positivo.

1.9 Estinzione atmosferica

È ben noto il fatto che che la radiazione luminosa viene in parte assorbita dalla nostra atmosfera. Consideriamo della radiazione che provenga dallo zenit dell'osservatore e che si propaghi normalmente agli strati di un'atmosfera pensata a strati piani paralleli. Consideriamo uno strato assorbente di spessore dx che assorba una frazione $\eta_\lambda(x)dx$ della radiazione incidente di intensità I. La variazione totale risulta essere:

$$dI = -I\eta_\lambda dx.$$

Integrando su un percorso finito h_a pari allo spessore , otteniamo:

$$I = I_0 e^{-\int_0^{h_a} \eta_\lambda(x)dx}$$

dove I_0 è la radiazione incidente al di fuori dell'atmosfera. Se consideriamo un percorso obliquo lungo una direzione che forma un angolo z con la verticale, e notando che il percorso risulta essere in questo caso $dx' = dx \sec z$, potremo scrivere una relazione analoga alla precedente ma inserendo il termine $\sec z$.

$$I = I_0 e^{-\sec z \int_0^{h_a} \eta_\lambda(x)dx}$$

In termini di magnitudine potremo scrivere:

$$-2.5\log I = -2.5\log I_0 - 2.5 \cdot (-\sec z \int_0^{h_a} \eta_\lambda(x)dx)\log e$$

ovvero

$$m_\lambda = m_{0,\lambda} + X_\lambda \sec z$$

dove X_λ è una quantità caratteristica dell'atmosfera. Se si conducono diverse osservazioni fotometriche di una stessa stella quando questa, per il naturale moto del cielo, si alza sull'orizzonte e si riportano le magnitudini osservate in funzione della secante della distanza zenitale si nota che queste si dispongono su di una retta. Naturalmente le misure, nel migliore dei casi non potranno procedere oltre il valore $\sec z = 1$, caso in cui la stella transiti allo zenit. Tuttavia è lecito estrapolare la retta per valori delle ascisse inferiori ad 1 verso 0. Sarebbe il caso in cui ci troveremmo se si diminuisse progressivamente la massa d'aria sovrastante l'osservatorio. La retta estrapolata intersecherà l'asse delle ordinate (magnitudini) ad un certo valore per il valore 0 dell' ascissa, quella sarà la magnitudine della stella fuori dell'atmosfera. Il coeff. di estinzione X_λ deve essere determinato per ogni notte, e le misure fotometriche si dovrebbero eseguire solo in condizioni meteorologiche stabili.

In genere si osserva che l' estinzione dipende anche dall' indice di colore della stella in modo lineare, per cui si dovrà scrivere:

$$X_\lambda = X'_\lambda + X''_\lambda C,$$

dove C è l' indice di colore della stella, non corretto per effetti di estinzione, X'_λ è l' estinzione per una stella di indice di colore nullo, e X''_λ rappresenta la parte che si deve aggiungere all' estinzione per una stella di indice di colore unitario.

2 La radiazione stella nell'ipotesi LTE

2.1 Introduzione

Nell'ipotesi, che noi non discuteremo oltre, che le stelle emettano come un *corpo nero* (Equilibrio Termodinamico Locale – ETL) l'intensità specifica (vedi par.1.2) è la *funzione di Planck* che descrive la distribuzione spettrale della radiazione di corpo nero, $I_\lambda = B_\lambda$,

dove [4]:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^3}{\lambda^5}\frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT}) - 1} \tag{10}$$

Il flusso di radiazione che ha origine nella stella, fuori dall'atmosfera terrestre, prescindendo dall'assorbimento interstellare, è:

$$E_\lambda = \frac{\pi R^2 B_\lambda(T)}{r^2}$$

Alle lunghezze d'onda dello spettro visibile e con le temperature tipiche delle stelle (3000 – 20000 K) si ha che $\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1$ e la Eq.10 si scrive nell'approsimazione di Wien:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^3}{\lambda^5}\exp\left(\frac{-hc}{\lambda kT}\right). \tag{11}$$

2.2 Indice di colore e temperatura delle atmosfere stellari

Valutiamo adesso l'indice di colore di una stella che emetta come un corpo nero. Scrivendo $W_\lambda = B_\lambda k_\lambda$ si ha, nel caso dell'indice di colore $B - V$:

$$\begin{aligned} B - V = m_B - m_V &= -2.5\log B_B k_B + 2.5\log B_V k_V \\ &= -2.5\log\frac{B_B}{B_V} + cost \\ &= -2.5\log\frac{\lambda_V^5}{\lambda_B^5}\exp -\frac{hc}{kT}\left(\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_V}\right) \\ &= cost' + 2.5\frac{hc}{kT}\left(\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_V}\right)\log e \end{aligned}$$

Da cui si deduce:

$$m_B - m_V \propto \left(\frac{1}{T}\right)$$

quindi, nell'ipotesi di LTE e nell'approssimazione di Wien l'indice di colore è proporzionale all'inverso della temperatura della stella. Questa relazione si complica nella vita reale ma rimane sostanzialmente valida.

[4] La funzione di Planck può anche essere espressa in funzione della frequenza ricordando la relazione differenziale $B_\lambda d\lambda = B_\nu d\nu$. Si ha:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1} \tag{9}$$

2.3 Lo spettro della radiazione stellare: le classi spettrali

Si ottiene uno spettro stellare quando la radiazione stellare focalizzata dal telescopio sul suo piano focale è convogliata sulla fenditura di ingresso dello spettrogrrafo. Se la stella è brillante possiamo ottenere uno spettro ad alta risoluzione; dell'ordine di qualche Ångstrom per millimetro. Questo vuol dire che su qualche millimetro di lunghezza, sul piano focale vengono convogliate dallo spettrografo tutte le radiazione la cui lunghezza d'onda sia compresa tra λ e $\lambda + d\lambda$ dove appunto $d\lambda$ è ampio pochi Ångstrom. Ad alta dispersione si può osservare una grande quantità di particolari spettrali, tuttavia sono poche le stelle per le quali si possono ottenere spettri ad alta dispersione, di solito gli spettri sono ottenuti con bassa dispersione con il *prisma obbiettivo.* Un prisma di pochi gradi è posto davanti all'obbiettivo del telescopio sfruttando il fatto che la radiazione delle stelle è praticamente collimata. In questo caso il telescopio funzionerà come l'obbiettivo di camera dello spettrografo e, sul suo piano focale, formerà al posto delle imamgini stellari, gli spettri delle stelle.

A prima vista gli spettri delle stelle non sembrarono avere alcuna relazione l'uno con l'altro. Nel 1863 Angelo Secchi S.J. trovò che, grosso modo, gli spettri stellari potevano essere suddivisi in diversi *tipi spettrali* . In seguito apparirono diversi schemi di classificazione ma intorno al 1920 all' Harvard Observatory A.J. Cannon e E.C. Pickering introdussero lo schema di classificazoine che usiamo ancora oggi detto *Henry Draper Spectral Classification System*, chiamato così perchè la classificazione fu adottata nel catalogo stellare dedicato a Henry Draper pubblicato nel 1949. Lo schema HD è basato principalmente sull'aspetto delle righe dell'idrogeno negli spetti stellari e l'ordine spettrale è alfabetico da A a P. Le stelle di tipo A hanno le righe di Balmer più assorbite, mentre le stesse righe sono molto deboli nelle stelle P. Tuttavia la classificazione sopravvissuta fino ad oggi consta solo di 7 lettere principali OBAFGKM (*Oh, Be A Fine Girl Kiss Me*). Le stelle vicine all'inizio della sequenza prendono il nome di *Early type stars* mentre quelle alla fine si chiama *Late type stars.* Ciascun tipo spettrale è diviso in dieci parti da 0 fino a 9 per cui parleremo di stelle di tipo G8 e G5. In questo schema il nostro Sole è una stella del tipo G2.

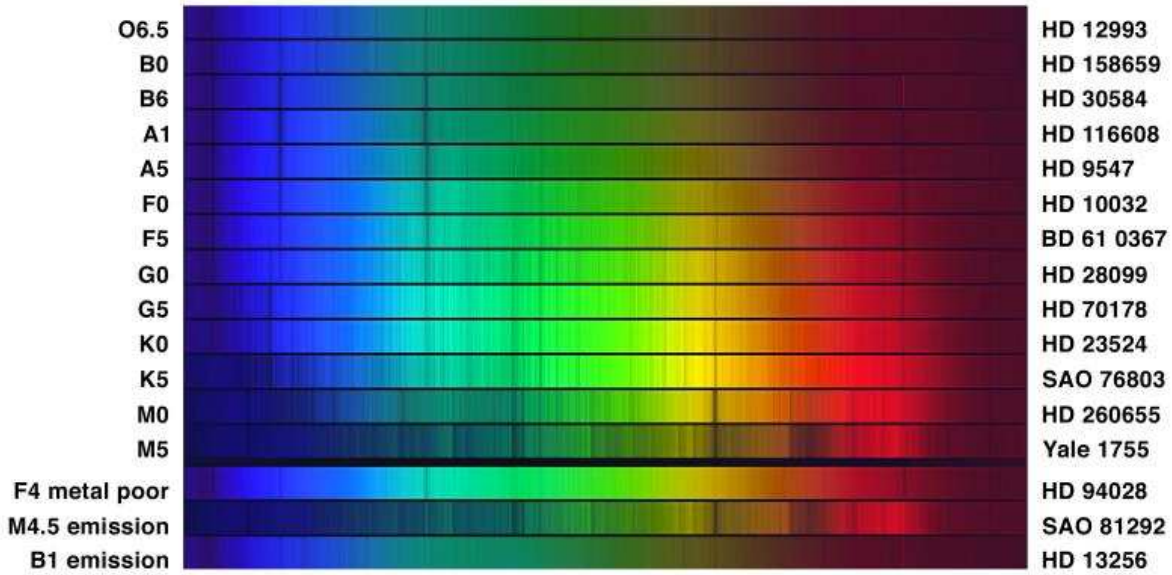

Figure 2: La sequenza spettrale

2.4 Le classi spettrali come classi di temperatura, le classi di Luminosità

La sequenza spettrale di Henry Draper è in effetti una sequenza ordinata di temperatura almeno per quanto concerne i tipi spettrali che vanno da A a M. Per gli estremi della squenza ci sono alcuni problemi. La ragione di questa correlazione tra tipo spettrale e temperatura è dovuta alla variazione dell'equilibrio di ionizzazione dei diversi elementi con la temperatura. Si consideri per esempio una stella a bassa temperatura, ovvero in condizioni tali che una larga percentuale di Fe non sia ionizzato. In questa condizione si osserveranno molte righe del Fe I e poche righe del Fe II. Se adesso osserviamo una stella più calda in cui il Fe sia praticamente tutto ionizzato, noteremo che sono sparite le righe del Fe I e sono osservabili solo le righe del Fe II. Se osserviamo poi una stella ancora più calda, in cui tutti i metalli (in astrofisica si chiamo metalli tutte le sostanze che non siano idrogeno o elio) siano ionizzati, vedremo lo spettro visibile solcato principalmente dalle righe dell'Idrogeno, mentre le righe dei metalli si saranno spostate nel violetto od ultravioletto essendo aumentata l'energia di legame nelle nuvole elettroniche a causa dello sbilanciamento di carica. Se tutte le stelle avessero lo stesso raggio la sequenza HD

Table 1: I tempi dell'evoluzione stellare in 10^6 anni

Massa (masse solari)	Tipo	Tempo di contr.	In seq. princip.	da s.p. a gig. rossa	Gig. rossa
30	O5	0.02	4.9	0.55	0.3
15	B0	0.06	10	1.7	2
9	B2	0.2	22	0.2	5
5	B5	0.6	68	2	20
3	A0	3	240	9	80
1.5	F2	20	2000	280	
1.0	G2	50	10000	680	

sarebbe anche una sequenza di luminosità decrescente, invece apparve subito chiaro che stelle di uguale classe spettrale potevano avere luminosità intrinseche molto diverse. Le stelle intrinsecamente più deboli furono chiamate *nane*, quelle intrinsecamente più brillanti *giganti*. Sono stati poi considerati anche i gradini intermedi di luminosità per cui la classificazione spettrale di HD è diventata tridimensionale. Sono state individuate, per ciascun tipo spettrale cinque classi di luminosità : I per le supergiganti, II per le giganti brillanti, III per le giganti, IV per le sub-giganti, V per le stelle nane (come il Sole).

3 Il diagramma di Hertzsprung-Russell

3.1 Introduzione

Nel 1911 Ejnar Hertzsprung per primo riportò in grafico le magnitudini assolute delle stelle, per cui queste erano note, verso il tipo spettrale. La stessa operazione fu compiuta, indipendentemente nel 1913 da Henry Norris Russell. Questo diagramma è oggi noto con il nome di *diagramma di Hertzsprung Russell* e rappresente una delle più grandi sintesi dei dati osservativi mai avvenute in Astronomia e in Astrofisica.

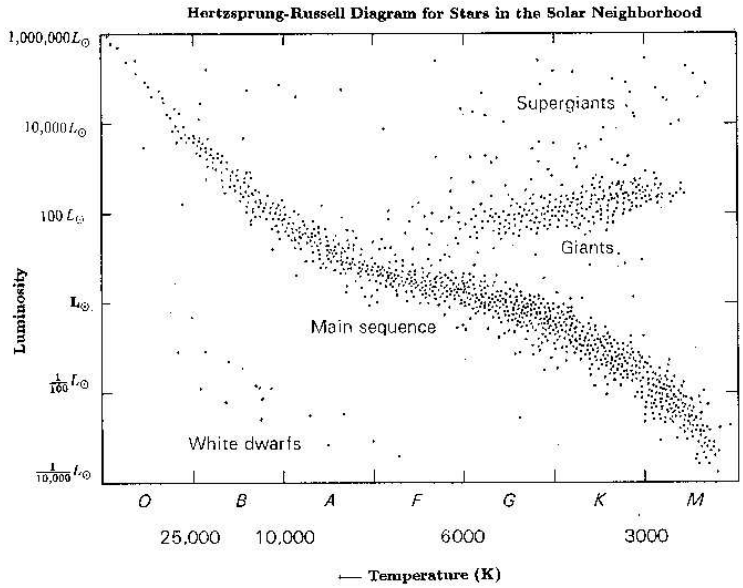

Figure 3: Diagramma HR di circa 200 stelle le cui distanze dal Sole sono conosciute con sicurezza, La regione ombreggiata indica il luogo in cui si dispongono le stelle di popolazione II (quelle formatosi per prime, povere di metalli).

3.2 Le caratteristiche del diagramma HR

In Fig.3 riportiamo uno dei primi diagramma costruiti per le stelle vicine al Sole (entro 15 parsec). Facciamo notare che per costruire un diagramma di HR significativo è necessario che siano note le magnitudini assolute delle stelle o che tutte le stelle prese in considerazione si trovino alla stessa distanza, altrimenti l'effetto di distanza entra in gioco per modificare in modo casuale la magnitudine apparente della stella. Si noti, ben definita, quella che viene chiamata la *sequenza principale* che va dalle stelle di tipo M5 alle O5 attraversando tutto il diagramma in diagonale. Sovraimposto sul diagramma costruito per le stelle vicine si noti, in grigio, riportato il luogo in cui vanno a disposrsi le stelle di popolazione II, quelle cioè che sono state le prime a formarsi dalla materia primordiale. Anche questo diagramma ha una sequenza principale, ma presenta di solito un braccio delle giganti ben sviluppato.

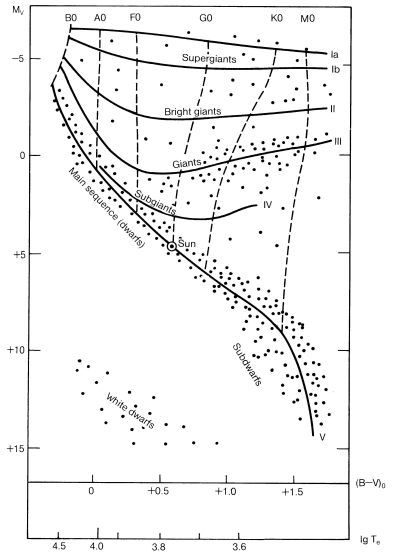

Figure 4: Diagramma HR e i diversi tipi di stelle, sono evidenziate anche le classi di luminosità. Si noti che il braccio delle giganti si dispone a magnitudine zero.

3.3 Il diagramma HR come immagine dello stato evolutivo delle associazioni stellari

La sequenza principale divide il diagramma HR in due semispazi, nello spazio a destra (temperature più basse) si trovano le stelle più rosse, mentre in quello a sinistra (temperature più alte) si trovano quelle più blu. A parità di colore, le stelle che si trovano più in alto (minori magnitudini, stelle più brillanti) hanno raggio più grande, quelle in basso, raggio più piccolo. La teoria dell'evoluzione stellare afferma che una massa di gas e polveri che si stà formando per collasso gravitazionale, compare nella parte destra del diagramma. Con il procedere del fenomeno del collasso la temperatura aumenta e pure la massa della protostella, detta anche *nana grigia*, fino al momento in cui nel *core* si raggiungono le condizioni fisiche necessarie per l'innesco delle reazioni di fusione nucleari, dette del *bruciamento dell'idrogeno,* a quel punto la stella si ferma in un punto della sequenza principale che dipende dalla sua massa. La velocità con cui la stella *brucia* l'idrogeno disponibile nella zona di nucleo in cui condizioni fisiche sono adatte al processo di fusione nucleare dipende dalla massa della stella.

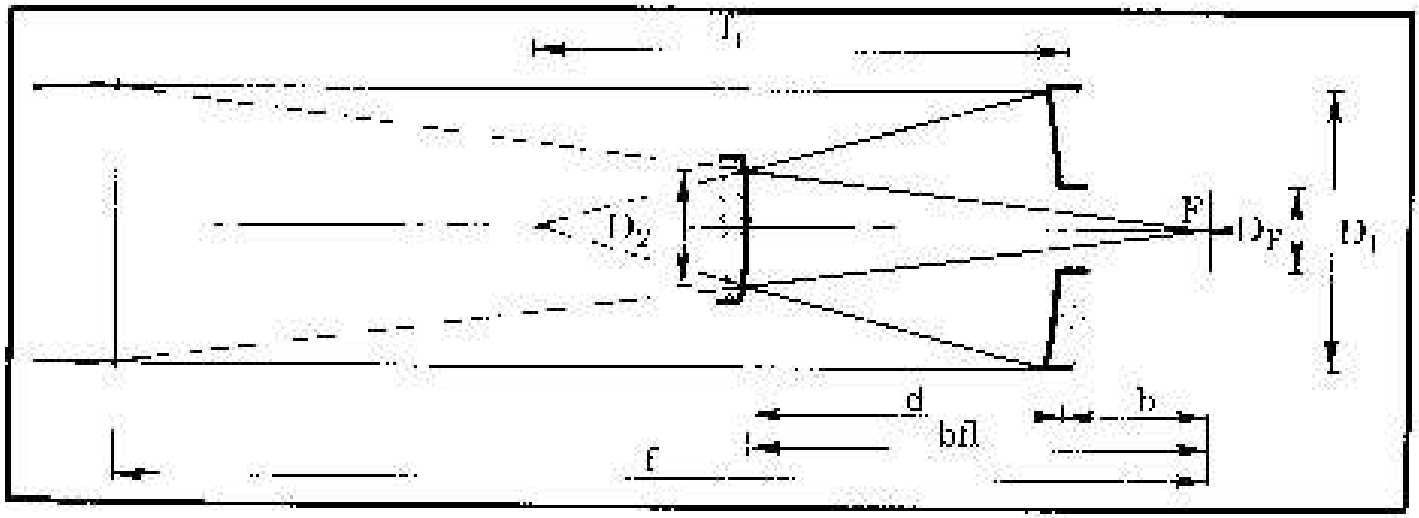

Figure 5: Schema di un telescopio Cassegrain.

Se consideriamo diverse associazioni stellari (ammassi) formatisi tutti dalla stessa materia interstellare, troveremo sequenze principali di lunghezza diversa a seconda del tempo in cui questi ammassi si sono formati.

4 Il telescopio riflettore

4.1 Introduzione

Il telescopio riflettore Cassegrain consiste di un primario parabolico che convoglia i raggi provenienti dall'infinito al suo fuoco primario D_2, vedasi Fig. 5. Prima del fuoco del primario si trova lo specchio secondario, che è un'iperboloide di rotazione il cui fuoco coincide con il fuoco del paraboloide primario. L'iperboloide, che funziona come una lente negativa, riflette i raggi incidenti nell'altro fuoco D_2 che si trova, di solito, dietro il primario. Il secondario moltiplica la focale del primario di un fattore M, che viene chiamato *ingrandimento del secondario*. La focale del sistema, f_1 si trova graficamente prolungando i raggi marginali che convergono al fuoco fino ad intersecare i raggi marginali incidenti, come è mostrato in figura con le linee tratteggiate. Lo strumento è in genere

molto corto se confrontato con la sua lunghezza focale. I parametri più importanti di un sistema cassegrain sono riassunti nelle formule seguenti (per i simboli vedi Fig. 5):

$$f = M \cdot f_1 = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \tag{12}$$

$$bfl = (d + b) = \frac{(f_1 - d) \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} \tag{13}$$

$$f = d + b + M \cdot d \tag{14}$$

$$f_1 = d + \frac{d + b}{M} \tag{15}$$

Di solito il progettista di un telescopio di tipo Cassegrain cerca di comprimere in dimensioni fisiche limitate un disegno ottico di focale piuttosto lunga, con oscuramento centrale limitato e con piano focale pienamente accessibile e non affetto da curvatura. È difficile ottenere tutti questi risultati insieme. Per esempio piccole dimensioni si possono ottenere ingrandendo il diametro dello specchio secondario, perdendo però luce. Il piano focale dei Cassegrain è incurvato con centro di curvatura verso il cielo, e la curvatura dventa tanto più forte tanto maggiore è l'ingrandimento, da richiedere, nei casi estremi, un sistema ottico supplementare detto *correttore di piano focale* che viene inserito vicino alla lastra.

Le immagini sui bordi el piano focale tendono ad assumere la caratteristica forma *chiomata* per l'insorgere di aberrazione di *coma*. Nella variante di Ritchey-Crétien, in cui il primario è pure lui un iperboloide, l'immagine anche fuori campo si mantiene circolare come mostrato in Fig. 6

4.2 Il telescopio REOSC di 150 cm di Loiano (BO)

Il telescopio REOSC dell'Osservatorio di Bologna e la camera BFOSC sono descritti nel sito web dell'Osservatorio di Bologna.

5 I rivelatori CCD

6 Introduzione

Da diversi anni, la fotometria astronomica si avvale con successo dei rivelatori a stato solido, in questo capitolo discuteremo solamente il funzionamento dei CCD *charge cou-*

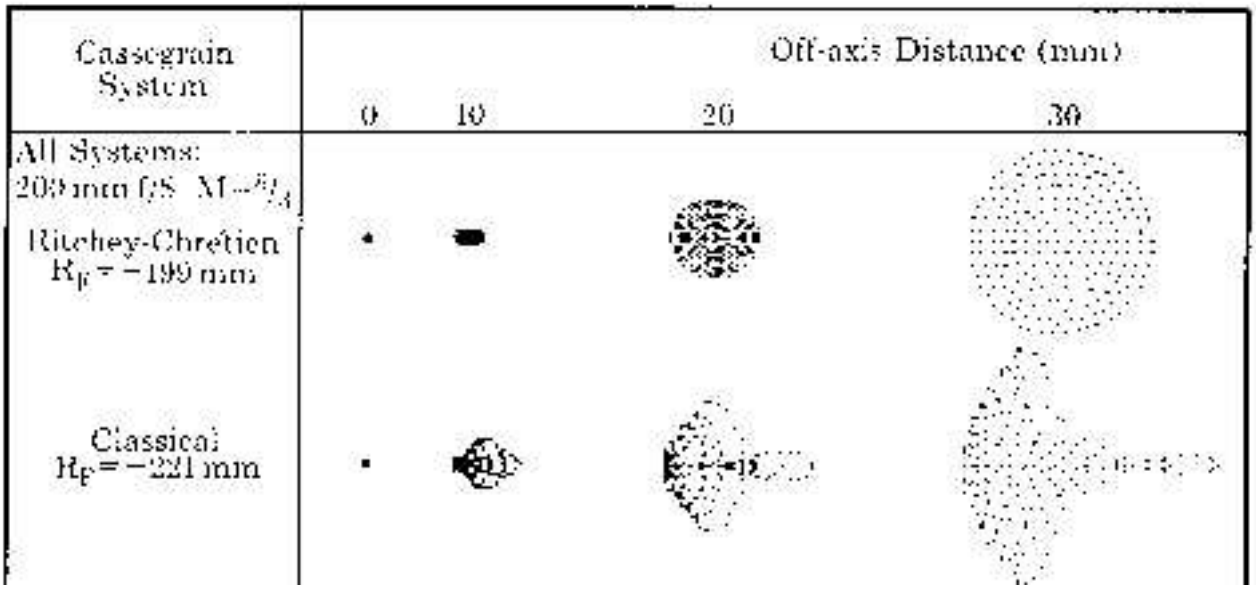

Figure 6: Confronto tra il *ray tracing* per un Cassegrain classico e un Ritchey Crétien.

pled devices oppure in italiano *dispositivi a scorrimento di carica.* Questi dispositivi a semiconduttore sono costruiti sulla superficie di un blocchetto di silicio su cui sono riportati, con le tecniche della costruzione dei circuiti integrati, diversi elettrodi che formano un reticolato di condensatori, ciascuno dei quali corrisponde ad un punto dell'immagine *pixel* o anche *picture element*, in cui viene accumulata della carica che si forma all'interno del silicio per effetto fotoelettrico all'arrivo di un fotone. Un opportuno sistema di lettura consente di leggere, al termine dell'esposizione, la carica accumulata in ciascun condensatore. La grande versatilità, la grande stabilità dimensionale e l'alta efficienza quantica hanno fatto di questi dispositivi degli strumenti particolarmente utili per la fotometria astronomica.

6.1 Principi di funzionamento dei CCD

Quando un fotone viene assorbito dal silicio si forma una coppia elettrone lacuna dove l'elettrone, grazie all'energia acquisita, passa nella banda di conduzione, mentre la lacuna rimane nella banda di valenza. Gli elettrodi appoggiati sopra il silicio formano delle *buche* di potenziale che raccolgono quegli elettroni che non sono riusciti a ricombinarsi nella struttura cristallina del materiale. Di regola i fotoni *rossi* penetrano più facilmente

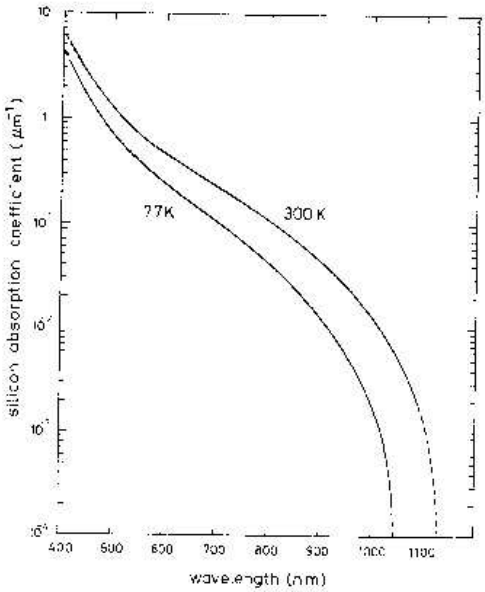

Figure 7: Il coefficiente di assorbimento dei fotoni nel silicio. Sono state ignorate le perdite per riflessione alla superficie

dentro il cristallo di silicio di quanto non facciano i fotoni *blu*. In Fig. 7 diamo la curva caratteristica di assorbimento nel silicio in funzione della lunghezza d'onda per due temperature. Per molte applicazioni scientifiche i CCD sono raffreddati per diminuire la *corrente di buio* come spiegheremo meglio in seguito. Questo raffreddamento riduce la risposta del silicio perchè la distanza in energia tra le bande del cristallo aumenta e, inoltre, l'assorbimento dei fotoni ad energia più bassa è condizionata da fononi ad alta energia nel reticolo cristallino. Questi sono più rari a temperature più basse. La superficie dei CCD è coperta da elettrodi trasparenti elettricamente polarizzati che creano dei gradienti di potenziale nei primi micron del materiale. Si generano così, come abbiamo detto, sotto gli elettrodi, dei *pozzi* in cui si raccolgono i portatori di carica, mentre le lacune diffondono nella massa del silicio e sono poi perse per la misura. La regione che si trova entro pochi micron dalla superficie del silicio prende il nome di *regione di svuotamento* o anche *depletion region*. I portatori di carica che si formano fuori della *depletion region* diffondono molto lentamente e spesso si ricombinano nel reticolo cristallino perdendosi quindi per la misura. I portatori che si formano invece sul bordo della regione di svuotamento possono diffondere verso il *pozzo* adiacente, creando un *crosstalk* tra *pixels* e quindi riducendo la

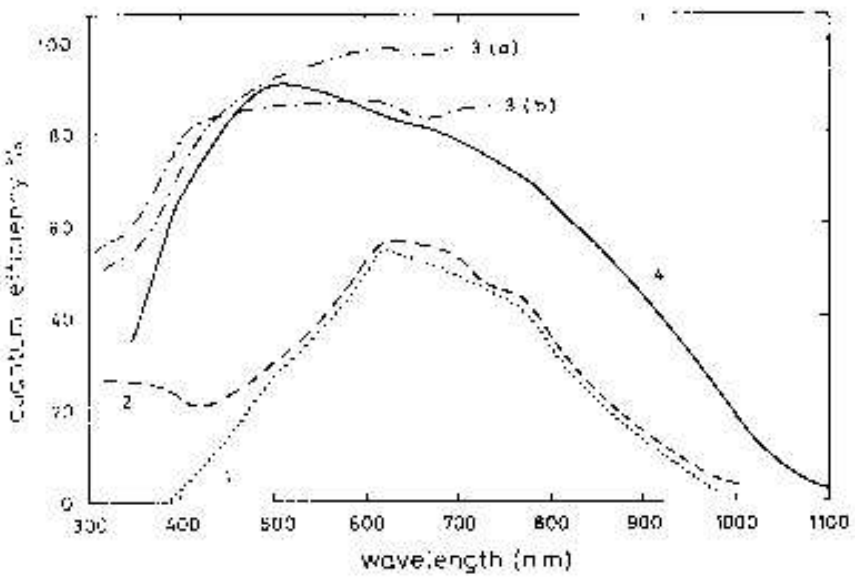

Figure 8: Efficienza quantica di alcuni CCDs: 1) tipo P8600, *unthinned* illuminato attraverso gli elettrodi, 2) CCD P8600 ricoperto di un colorante per estendere la banda passante la vicino UV, 3a, 3b risposte previste per un CCD *thinned* con trattamento sul dorso e ricoperto di strati riflettenti, 4) andamento delle miglior risposte di rivelatori al silicio non CCD.

risoluzione spaziale sull' immagine specialmente nel rosso, dove i fotoni sono assorbiti più in profondità.

In Figura 9 è mostrata la struttura di un tipico CCD a tre fasi. Il silicio è coperto da elettrodi disposti a striscie parallele. Ciascuna striscia è isolata dalle altre ed è isolata dal substrato di silicio. Prendiamo in esame tre strisce successive. La prima sia polarizzata positivamente a un livello superiore alle altre due. Sotto questa striscia si formano quindi i pozzi di potenziale che attirano i portatori di carica negativa. I portatori non si possono muovere lungo la striscia per via di barriere costituite da regioni molto strette di materiale fortemente di tipo p. La carica negativa di questo materiale respinge gli elettroni che quindi non possono attraversare la barriera. Di conseguenza la larghezza della striscia e la distanza di due barriere definiscono, i quattro lati del *pixel*. In qualsiasi momento la carica accumulata sotto un elettrodo può essere trasferita sotto l' elettrodo adiacente se il potenziale positivo del primo viene abbassato e il potenziale dell'elettrodo seguente viene

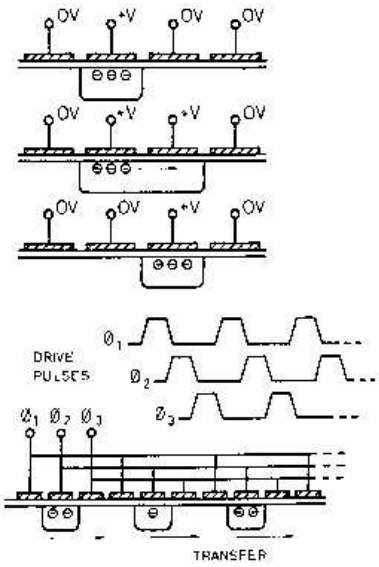

Figure 9: Il meccanismo di trasferimento di carica impiegato in un CCD a tre fasi

alzato come è mostrato in Figura 9. Il trasferimento di carica può avvenire sia verso destra che verso sinistra. La direzione dipende dalla temporizzazione dei cambiamenti dei livelli di potenziale. Il processo di scorrimento può essere ripetuto molte volte per trasferire la carica accumulata del numero di *pixels* desiderati. Per questo motivo questi dispositivi si chiamano *dispositivi a scorrimento di carica.* Gran parte dei CCD sono stati costruiti per scopi televisivi, e la loro organizzazione interna riflette questo *peccato originale.* Le applicazioni televisive richiedono che il CCD sia continuamente illuminato, ovvero non permettono l'uso di un otturatore, e quindi l' organizzazione interna del CCD deve permettere il trasferimento rapido dell'immagine in un area dove la carica non venga più alterata e dove possa essere misurata mentre viene *esposto* il quadro successivo. Questo risultato si ottiene dividendo il CCD in due aree, una esposta alla luce e l'altra schermata. Alla fine della posa l' immagine elettronica viene trasferita rapidamente nella parte coperta. Un dispositivo di questo tipo prende il nome di *frame transfer CCD.* La lettura dell'immagine, sia per le applicazioni televisive che astronomiche, si avvale di un registro ad uscita seriale che è essenzialmente un CCD ad una dimensione come descritto in Figura 10. Ad ogni colpo di lettura, cioè ad ogni modifica del sistema delle triplette di livelli di potenziale ciascun *pixel* del CCD lineare si riempie. A questo punto un analogo sistema di

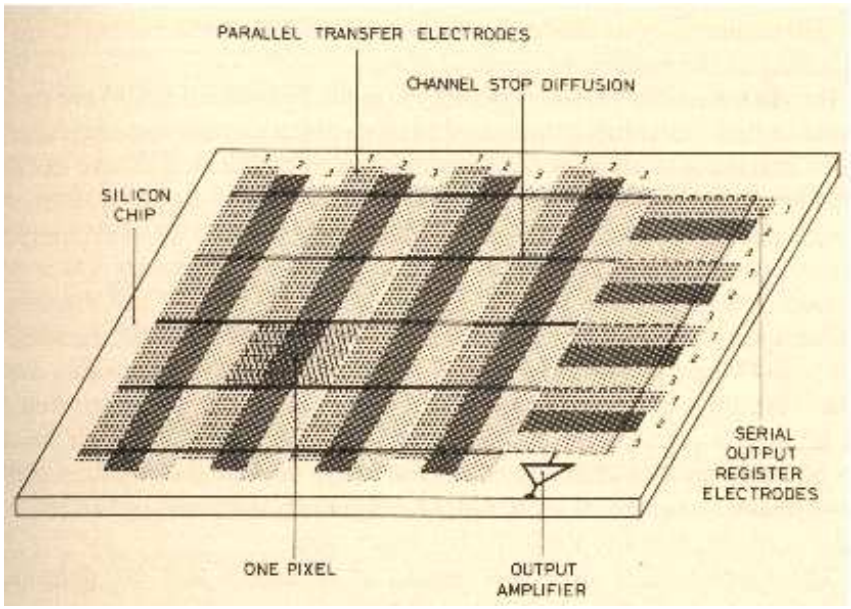

Figure 10: Schema di un CCD bidimensionale a tre fasi. La sequenza 1,2,3 su ciascuna tripletta di elettrodi indica la direzione di trasferimento nei registri paralleli e seriali.

trasferimento di carica si attiva sul CCD lineare fino a portare la carica sull'amplificatore di uscita che è collegato ad un convertitore analogico digitale. Il risultato della misura è un numero, in ADU (Analog to Digital Units) che viene memorizzato in un vettore nel *buffer* del sistema di lettura. Gran parte dei CCD che dispongono di un'area di immagazzinamento oscurata sono disponibili anche senza oscuramento, raddoppiando quindi la superficie utili. Naturalmente, in questo caso sarà necessario disporre di un otturatore per oscurare tutto il CCD durante la fase di acquisizione.

6.2 La struttura dei CCD

Dal punto di vista costruttivo il CCD si ottiene depositando gli elettrodi, che spesso sono di un materiale conduttore trasparente, su uno strato isolante già predisposto sulla superficie di un blocchetto di silicio uniformemente drogato. In questo modo la carica è accumulata e trasferita in superficie. Tuttavia in questo caso si generano dei fenomeni che rendono più difficile il trasferimento di carica. La carica può rimanere facilmente intrappolata in superficie dentro difetti della struttura cristallina. Molti costruttori preferiscono far crescere uno strato del tipo p sulla superficie del silicio per manetenere la carica nella

massa del silicio. Si crea così un profilo di potenziale che ha un massimo all'interno del materiale dove appunto si forma il pozzo e si costituisce il canale di trasferimento. Questa struttura si chiama *buried channel*, ovvero a canale sepolto. In questa maniera si riesce a ridurre molto il rumore che spesso è associato ai difetti superficiali.

Per dimostrare la semplicità di questi dipositivi, discutiamo in qualche dettaglio la struttura del CCD P8600 costrutito dalla EEV inglese. La base è costituita di un blocco di silicio pesantemente drogato in modo che le lacune generate diffondano molto poco prima di ricombinarsi. Sopra viene fatto depositare uno strato di silicio molto meno drogato in maniera da non creare discontinuità nel reticolo cristallino, ove la lunghezza di diffusione sia molto maggiore. Questo assicura che solo le cariche generate su questo strato epitassiale siano raccolte e non quelle generate nel corpo del blocchetto di silicio. Se non si ricorresse a questo accorgimento, e cioè si lasciassero arrivare ai *pozzi* le cariche createsi nel corpo del silicio, la risoluzione del CCD sarebbe degradata e il rumore creato dai raggi cosmici diventerebbe notevole. L'area sensibilie del P8600 è definita da 1732 strisce di elettrodi di polisilicio (silicio depositato dalla fase di vapore). Queste strisce sono collegate a tre a tre, la prima striscia è tenuta a 0 V le altre due a -10 V. In questa maniera si formano 578 strisce di pixels. Delle file di barriere di potenziale, costituite da materiale *p type* delimitano nell'altro verso i pixels dando luogo a un pixel di 22 μm^2.

Meccanicamente i CCD sono dispositivi molto robusti, data la loro grande integrazione, possono essere utilizzati in ambienti soggetti ad urti e vibrazioni senza che vengano distrutti. Possono essere sottoposti a forti livelli di luce, senza che ne vengano danneggiati. Possono essere raffreddati a bassissima temperatura senza alcun rischio di fratture. Possono essere danneggiati da scariche elettriche.

6.3 La pratica e la caratterizzazione dei CCD

In realtà i dispositivi CCD non sono così affidabili e prevedibili come ciò che abbiamo fin qui detto potrebbe far ritenere. Infatti le procedure di produzione sono ancora in larga parte empiriche e non sempre tuti i parametri del *chip* sono completamente sotto controllo. Difatti dai vari *batch* prodotti vengono selezionati quelli migliori che sono venduti più cari per applicazioni scientifiche e militari, o comunque tali da richiedere

il massimo delle prestazioni, gli altri invece vengono usati in apparecchiature che non abbiano dei margini di funzionamento particolarmente severi. Generalmente dispositivi CCD di differente qualità si classificano per gradi, dal grado 0, i migliori, al grado 5, con prestazioni più scadenti.

Gli elettrodi del CCD sono di solito piuttosto opachi per radiazione di lunghezza d'onda inferiore a a 400 nm, mentre diventano via via più traparenti verso 600 nm dove si possono raggiungere efficienze quantiche dell' ordine del 60% (da confrontarsi con quella del 10 % dei migliori fotomoltiplicatori). Per rendere i CCD sensibili verso il violetto e l' ultravioletto, tutto il *chip* è ricoperto di un prodotto chimico che assorbe il fotone UV e violetto, riemettendo un fotone nella parte rossa dello spettro. Questa è per esempio la soluzione adotata per i CCD che stanno volando (1992) su *Hubble Space Telescope*. Un'altra soluzione che dà dei risultati migliori prevede di assottigliare il supporto di silicio fino quasi allo strato epitassiale e di illuminare il CCD da dietro *back illuminated*. In alcuni casi questi CCD *thinned*, ovvero *assottigliati* sono ancora sufficientemente rigidi, in altri casi invece devono essere incollati su una lastrina di quarzo. Comunque la risposta nell UV rimane sempre piuttosto bassa.

Il silicio ha un indice di rifrazione piuttosto alto e quindi le superfici di separazione silicio/aria o silicio/vuoto possono dare facilmente luogo a riflessioni multiple, facendo diventare la lastrina di silicio una sorta di interferometro di Fabry Perot. Specialmente in spettroscopia, dove il CCD è illuminato da luce monocromatica si hanno delle frange che modulano l'intensità fino al 100 %. Problemi si possono avere anche nella fotometria a larga banda in quanto certe componenti della radiazione del cielo sono strettamente monocromatiche.

Le coppie *elettrone - lacuna* possono essere generate nel silicio non solo dai fotoni ma anche da effetti termici che fanno *saltare* un elettrone dalla banda di valenza a quella di conduzione. Questo effetto produce un segnale di buio detto, per analogia con quanto accade con i fotomoltiplicatori, *corrente di buio*.

La *corrente di buio* dipende dalla qualità del silicio impiegato per costruire il CCD, e sulle procedure impiegate per produrlo. La superficie che divide il silicio dall'isolante, che si trova sotto gli elettrodi, costituisce una forte sorgente di corrente di buio, per cui, nel caso astronomico, dove si cerca di minimizzare gli effetti di corrente di buio la

tecnica del *canale sepolto* di cui abbiamo già parlato è essenziale. Una seconda sorgente di corrente di buio sono i difetti del silicio. Questa componente è sempre presente e può essere minimizzata solo cercando di utilizzare del silicio il più puro possibile.

L'intensità della corrente di buio segue una legge esponenziale del tipo:

$$I = A \exp(-B/kT)$$

dove A e B sono costanti, k è la costante di Boltzmann e T è la temperatura del dispositivo. In condizioni standard di impiego, una diminuzione di 10 °C comporta una diminuzione di un fattore tre nella corrente di buio. In pratica i CCD a tre fasi, utilizzati in astronomia sono raffreddati a temperature che vanno dai $-160°$C ai $-60°$C a seconda dell'applicazione scientifica. In alcune circostanze, come nel caso in cui si voglia massimizzare la risposta rossa del CCD si deve lavorare con CCD non raffreddati. In linea di principio la corrente di buio può essere sottratta dal segnale, ammesso che sia possibile valutarla con sufficiente precisione. Per questo motivo tutte le pose su oggetti astronomici vengono seguite da pose di *buio* . Spesso tuttavia la corrente di buio non è uniforme; non è raro il caso di incontrare pixels *caldi* che danno dei picchi di corrente di buio che non è facile eliminare dall'immagine.

Un'altra sorgente notevole di segnale spurio nei CCD è costituita dai raggi cosmici. Le particelle ad alta energia generano dei muoni secondari che atraversando il silicio producono circa 80 elettroni per micron di percorso. Con una profondità fisica della zona di raccolta degli elettroni di circa 20 micron un raggio cosmico deposita qualche migliaio di elettroni su alcuni pixels. Se poi il raggio cosmico non raggiunge direttamente il CCD ma si ferma nel vetro che lo isola dall'ambiente può produrre dei raggi X che sono efficacemente rivelati dal CCD. Un'ultima causa di segnale spurio, nel CCD è la luminescenza del dispositivo quando viene utilizzato ai limiti delle tensioni che può sopportare.

Come abbiamo detto, i diversi costruttori di CCD non sono completamente in grado di controllare tutte le caratteristiche delle matrici, quindi ogni CCD dovrà essere scelto a seconda dell'impiego che se ne vuole fare.

6.4 La raccolta e il trasferimento della carica nei CCD

Come abbiamo visto, i fotoni che sono assorbiti in profondità nei sistemi CCD ad illuminazione frontale (quelli non assottigliati) creano delle coppie elettrone lacuna che tanto più profondi si formano, maggiore probabilità hanno di ricombinarsi prima di *cadere* nei pozzi di potenziale. Questo fenomeno riduce l'efficienza quantica del dispositivo. Inoltre la formazione delle coppie in profondità permette una certa diffusione per cui si ha una degradazione della qualità dell'immagine. Generalmente, in questi dispositivi, la risoluzione che si ottiene nel blu è migliore, per questo motivo, di quella che si ottiene nel rosso. Nei dispositivi invece che sono stati *assottigliati* o *thinned* lo spessore è inferiore alla dimensione del pixel e pertanto la risoluzione è costante con la lunghezza d'onda.

Una volta che la carica è stata accumulata, durante l'esposizione entro i pozzi, deve essere rimossa, alla fine, mediante una opportuna sequenza di cambiamenti dei livelli di potenziale. Ci sono diversi effetti che concorrono ad ostacolare lo spostamento della carica. Problemi si possono avere se il pozzo di potenziale è stato praticamente riempito, in questo caso i livelli di potenziale possono essere modificati e pertanto il trasferimento ne risulta degradato. Inoltre, se un pozzo è pieno, allora la carica può *fuori uscire* e diffondersi sulle colonne adicenti a quelle del pixel saturo. Altri effetti che ostacolano lo *scorrimento* della carica si possono avere a causa della presenza di impurità nel dipositivi.

Le inefficienze che invece si riscontrano nel trasferire piccole cariche come quelle che si hanno quando il CCD è utilizzato in astronomia, si possono evitare precaricando il dispositivo, ovvero aggiungendo una quantità costante di carica a ciascun pozzo. Questo zoccolo di carica che viene aggiunto artificialmente, chiamato il *bias*, dopo, in fase di analisi, deve essere sottratto. Siccome il precaricamento dei pozzi non è uniforme, di solito si deve acquisire un'immagine di *bias* da cui si può individuare l'ammontare di carica aggiunta per ogni pixel. In alcuni casi il *bias* è ottenuto mediante un preflash prodotto da un *light emitting diode (LED)*. In altri casi il *bias* viene ottenuto elettronicamente.

Un ultimo problema di cui ci dobbiamo occupare è il *cross talk* elettronico tra pixels che nasce come conseguenza del fatto che l' efficienza nel trasferimento di carica è dell'ordine del 0.99998. Questo significa che dopo 1000 trasferimenti, il 98% della carica che si origina da un pixel è stata trasferita correttamente, mentre un 2% si trova nei pixels

adiacenti. L'efficienza del trasferimento di carica (CTE) è un parametro che dipende da molti fattori costruttivi non sempre facilmente controllabili. Dal punto di vista tecnico la CTE si misura illuminando alcuni pixels del CCD e poi misurando la quantità di carica che il processo di trasferemento si è lasciato dietro negli altri pixels.

6.5 le procedure di lettura

Come abbiamo visto, le cariche accumulate nei singoli pixels, vengono trasferite con successivi *colpi* di lettura su un pixel di un CCD lineare da cui poi sono trasferite verso un unico punto di lettura. Il punto di lettura è costituito dal *gate* di un *Field Effect Transistor (FET)*. Al *gate* è associata una capacità C_{node} per cui la tensione letta è:

$$V = \frac{Q}{C_{\text{node}}}$$

Dove Q è ovviamente la carica trasferita. Più piccola è la capacità del nodo più grande è la tensione V ottenuta per una data carica. Per il CCD P8600 C_{node} è pari a 0.1 pF per cui un elettrone corrisponde a circa 1.6 μV.

L'architettura dei diversi CCD differisce sostanzialmente nel disegno dell'amplificatore di uscita. Un tipico amplificatore di uscita e una catena di *signal - processing* sono indicate in Fig.11. Una sorgente di corrente costante fornisce un'alta impedenza dinamica e quindi il massimo guadagno possibile per il transistor di uscita. Si hanno guadagni tipici di 0.6 o 0.7 che danno una sensibilità di un μV/elettrone. Questo guadagno può essere aumentato aumentando la corrente.

7 L'analisi delle immagini "CCD"

7.1 Premessa

La lettura del CCD è gestita, di consueto, da un microprocessore il quele attiva le diverse linee che servono a fare scorrere le cariche attraverso i diversi pozzi della matrice e ad acquisire il dato di lettura che verrà poi immagazzinato in celle di memoria successive. Il fattore di conversione tra elettroni raccolti dal pixel e valore del pixel in uscita dall'ADC è uno dei parametri fondamentali di una camera CCD e prende il nome di guadagno, g.

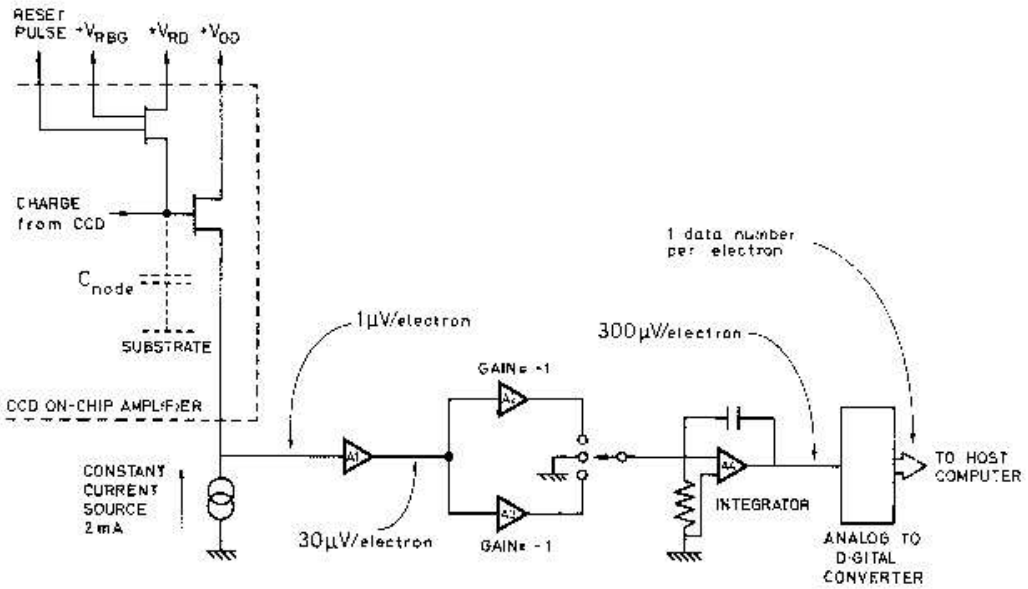

Figure 11: Una tipica catena di amplificazione e di *signal-processing* per un CCD

Il guadagno è dato dal rapporto tra il valore di lettura del pixel in ADU e il numero di elettroni accumulato:

$$g = \frac{n(e^-)}{n(ADU)}(e^-/ADU) \tag{16}$$

A seconda dell'intervallo dinamico del CCD si ricorrerà ad una digitizzazione a 8 bits (1 byte), a 12 bits (un byte e mezzo) o a 16 bits (due byte). Si tenga presente che con 8 bits si può rappresentare un numero positivo che va da 0 [in binario 00000000] a 255 [binario 11111111]. Se il CCD ha un intervallo dinamico che valga la pena di suddividere in più di 256 valori (questo dipende dal rumore che è sovrapposto su ciascun livello) allora si ricorre ad una digitizzazione a 12 bits. Con 12 bits si può rappresentare una numero che va da 0 [binario 000000000000] a 4095 [binario 111111111111]. Si tenga presente che in questo caso i programmi che scrivono i dati in memoria dovranno essere costruiti in maniera da non *sprecare* il mezzo byte che rimane inutilizzato nei calcolatori la cui *parola* è di 16 bits. Questo risultato si ottiene con degli algoritmi molto banali di compattazione. In assenza di compattazione, un'immagine ottenuta con un CCD di 512×512 pixels occupa $512^2 = 262144$ parole. Se ognuna di queste parole è di 2 bytes questo comporta che l'immagine occupa qualche cosa di più di 0.5 Mbyte (in un floppy da 1.4 Mbyte ci stanno due immagini). Dato il grande numero di bytes richiesti per registrare l'immagine il calco-

latore che procede alla lettura del CCD deve scaricarla immediatamente, per predisporsi ad acquisire l'immagine successiva. Il tempo richiesto da questo processo limita la massima frequenza di acquisizione. Quando si osservino oggetti deboli il tempo di scrittura dei dati su disco non crea problemi, dato che i tempi di integrazione sull'immagine sono alti. Viceversa problemi si possono verificare negli studi di fisica solare in cui i tempi di posa sono molto brevi.

Proprio per i problemi di compattamento a cui abbiamo accennato prima, i formati in cui le immagini sono scritte su disco variano da sistema a sistema e quindi risulta difficile *portare* le immagini da un luogo all'altro e da un calcolatore all'altro. Gli astronomi hanno risolto questo problema ricorrendo ad uno standard di scrittura delle immagine che prende il nome di *formato FITS*. Ogni macchina che produce immagini, o che analizza le immagini, è dotata di un'interfaccia *software* che è capace di leggere o scrivere un supporto (nastro, cassetta, CD) scritto in formato FITS per cui ogni utente dotato della stessa interfaccia può accedere ai dati. Un'immagine di 320 per 512 pixels in formato FITS occupa circa 330 Kbytes. I diversi osservatori e le differenti *software houses* hanno messo a punto vari programmi di analisi per immagini. Gli studenti del Dipartimento di Astronomia verranno in contatto con programmi di analisi di immagini che si chiamano MIDAS (scritto in ESO) IRAF (scritto a NOAO) e IDL (commerciale).

7.2 Le immagini ausiliarie

Una volta ottenuta l'immagine o le immagini necessarie per affrontare il problema scientifico, è necessario assicurarsi delle immagini che chiameremo, tanto per intenderci *immagini ausiliarie*, che ci debbono servire per eliminare gli effetti strumentali che contaminano le immagini astronomiche. Le immagini ausiliarie sono essenzialmente tre:

1. l'immagine di *bias*;
2. l'immagine di buio (*dark*);
3. l'immagine di *flat field*

Immagine di bias: L'immagine di *bias* si ottiene leggendo il CCD con tempo di esposizione nullo, subito dopo che l'elettronica, o il *pre-flashing*, ha immesso nei singoli

pozzi alcuni elettroni in modo da costituire una certa *base elettronica* ai fotoelettroni. L'immagine di *bias* è contenuta in tutte le altre immagini, e costituisce quindi un termine additivo su tutte. Si tenga presente che l'immagine di *bias* non è affatto uniforme come appare evidente anche dall'immagine riportata in Fig.12, e in Fig. 13. Di solito l'immagine di bias, B, è molto stabile, e l'errore associato al valore del *bias* di ciascun pixel é molto piccolo perchè si preferisce conferire la carica necessaria ai pozzi per via elettronica, piuttosto che mediante il *pre-flash*. L'errore che possiamo attribuire a posteriori a ciascun pixel è essenzialmente il RON. L'immagine di bias non è perfettamente uniforme, per cui se si fa la statistica su tutti i pixel dell'immagine o di una sua porzione, la deviazione standard risulterà maggiore del RON. Per ottenere il RON occorre prendere molte immagini di bias e fare la statistica sui valori ottenuti sul singolo pixel.

$$\sigma_B(ADU) = RON(ADU) \tag{17}$$

Ricordando l'eq.16 si può scrivere anche:

$$\sigma_B(e^-) = \sigma_B(ADU) \cdot g \tag{18}$$

Se si media su n immagini di bias si può ridurre l'incertezza sull'immagine di bias di un fattore $\sqrt{n}$.

Immagine di buio: L'immagine di buio, D si ottiene integrando con il CCD per un tempo identico a quello impiegato per ottenere l'immagine ma non aprendo l'otturatore. I *pozzi* che costituiscono i singoli pixels si riempiranno solo per effetto termico, l'immagine di buio costituisce dunque un'immagine che andrà sottratta all'immagine astronomica. La singola immagine di buio costituisce una realizzazione di tutte le possibili immagini di buio ottenibili. Una volta sottratta l'immagine di bias, il valore del pixel i-esimo è affetto da un errore casuale pari a $\sqrt{D_i}$ dove D_i è il numero di conteggi. Nel caso che il valore di D_i sia significativo rispetto al valore dei conteggi sull'immagine, è opportuno, per aumentare il rapporto segnale-rumore, fare molte immagini di buio e poi mediarle. L'errore relativo dei conteggi diminuisce con la radice quadrata del numero di immagini di buio che sono state mediate. È

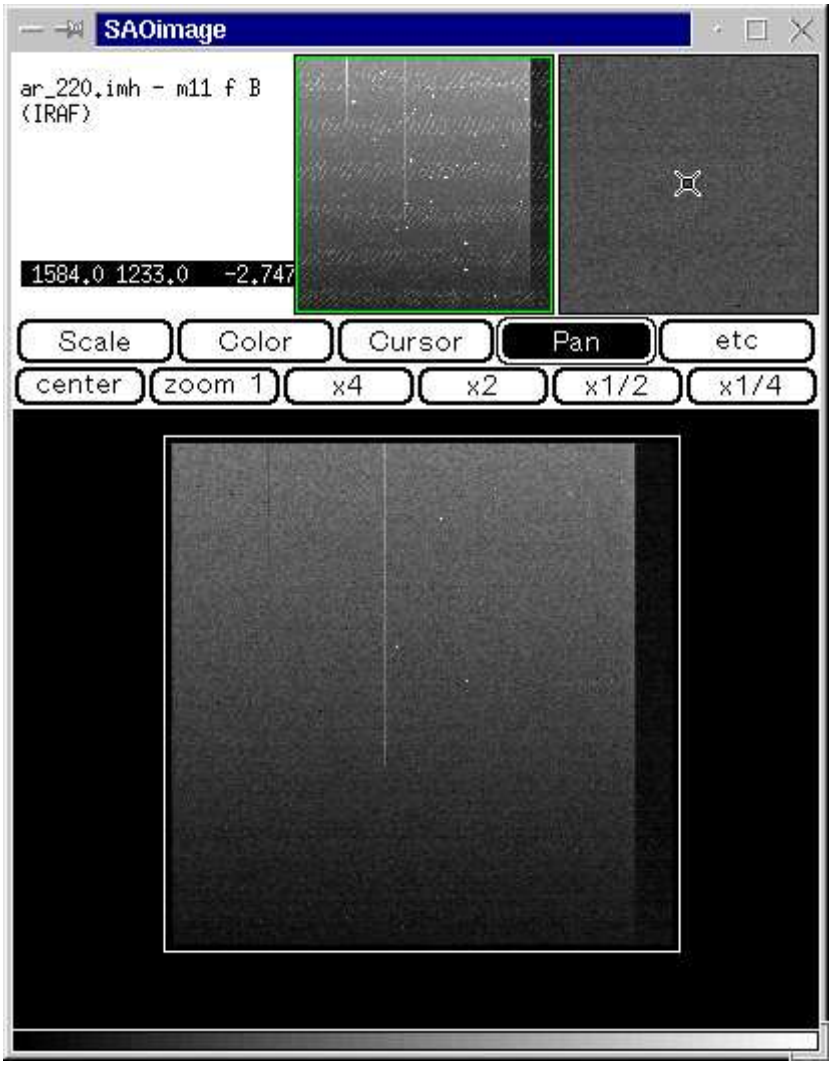

Figure 12: Esempio di un'immagine di *bias* ottenuta a Loiano. L'immagine è stampata utilizzando la procedura SAOimage/ds9. In alto a destra il riquadro di sinistra mostra tutta l'immagine e la finestra che viene mostrata nel riquadro grande in basso, il riquadro a destra in alto mostra, ingrandita la posizione del cursore, le cui coordinate sono riportate nella striscia in alto a sinistra come *x, y, z* dove z è il valore del pixel di coordinate x, y.

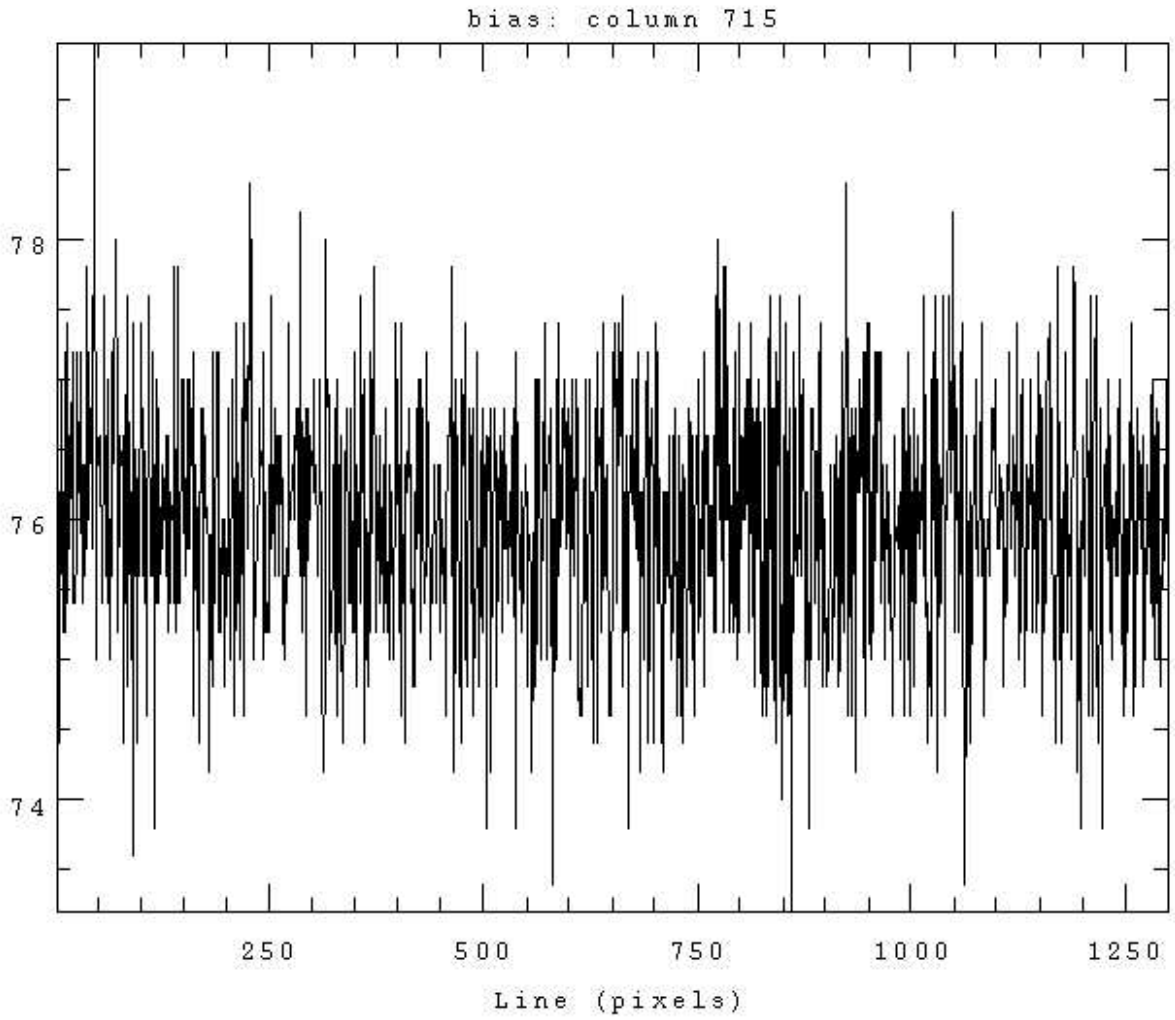

Figure 13: Grafico dell'andamento dell'intensità dell'immagine di *bias* lungo una riga in funzione dell'indice di colonna per il CCD del telescopio di Loiano.

opportuno tuttavia notare che con i CCD professionali, raffreddati ad azoto liquido, il buio è insignificante, per cui questa correzione viene omessa.

L'immagine di buio, una volta corretta per il bias, ha un'incertezza che obbedisce alla statistica di Poisson:

$$\sigma_D(e^-) = \sqrt{D_i}(e^-)$$

Occorre ricordarsi sempre che la deviazione standard di un segnale poissoniano va sempre calcolata sul suo valore in *elettroni*. Si può facilmente dimostrare che[5]:

$$\sigma_D^2(ADU) = \frac{D_i(ADU)}{g}.$$

7.3 Il flat field

Le efficienze quantiche q_i dei pixel non saranno in genere uguali tra loro. Di conseguenza immagini di oggetti astronomici ottenute in punti diversi della matrice non saranno direttamente confrontabili tra loro, i raggi di luce che raggiungono il CCD non fanno lo stesso percorso attraverso tutta l'ottica, per cui ci possiamo trovare davanti ad effetti di trasparenza variabile dello strumento con la posizione. Di solito si conglobano tutti questi fenomeni nella definizione di *efficienza quantica* definita come il rapporto tra il numero di fotoni incidenti, prima dell'ottica, e quelli rivelati. Per ripulire l'immagine da questo effetto e rinormalizzare le immagini astronomiche ad una sola efficienza quantica si utilizzano le cosiddette immagini di *flat field* che vengono ottenute puntando il telescopio verso il cielo al tramonto o sull'interno della cupola illuminato da una luce artificiale. Si noti che se si prendono immagini in diversi colori (e.g.: UBV) si dovranno prendere immagini di flat field per ogni colore in quanto ogni filtro porta con se, nel percorso ottico, le sue proprie disomogeneità permanenti, insieme a quelle ....*contingenti* come i granelli di polvere. Si noti anche che il tempo di posa utilizzato per ottenere le immagini di flat field non coincide con quello con quello richiesto per ottenere l'immagine astronomica, perciò si dovrà prendere, se serve, anche una immagine di buio relativa all'immagine di flat field.

[5]Infatti, se S(ADU) è il segnale poissoniano misurato, si ha $S(e^-) = S(ADU) \cdot g$ per cui $\sigma_S(e^-) = \sqrt{S(e^-)}$ e $\sigma_S(ADU) = \sigma_S(e^-)/g = \sqrt{S(e^-)/g}$

Una volta che le immagini di flat field sono state ripulite dall'immagine di bias e di buio, chiamiamo con ff_i il segnale ottenuto dal singolo pixel illuminato da una radiazione di intensità uniforme I, una volta sottratto il bias e il buio.

$$ff_i = q_i I_i$$

dove si indica con I_i il segnale sul pixel i-esimo che sarà in generale diverso a causa del rumore *shot*. Facciamo la media del segnale su tutta la matrice

$$\overline{ff} = \sum_j \frac{q_j I_j}{N}$$

ove N è il numero totale dei pixels del CCD. Dividiamo adesso tutti i segnali dei singoli pixels per la media, in modo che il loro valore sia vicino all'unità. Otteniamo quindi:

$$FF_i = \frac{ff_i}{\overline{ff}} = \frac{q_i I_i N}{\sum_j q_j I_j}$$

L'incertezza sull'immagine di flat field che può essere ottenuta sommando insieme n immagini, una volta sottratto il bias, è data da:

$$(\sigma_{ff})_i = \sqrt{\frac{ff_i}{g} + 2n\sigma_B^2} \quad (in\ ADU) \tag{19}$$

mentre l'incertezza su FF si ricava essere, nelle ipotesi, di solito ben verificate, in cui $ff_i \sim \overline{ff}$ e $\sigma_{ff_i} \sim cost$:

$$\sigma_{FF} \simeq \frac{\sigma_{ff}}{\overline{ff}} \tag{20}$$

Come per il bias si può calcolare l'incertezza su FF su un pixel medio e quindi avere un valore scalare invece di una matrice per i successivi calcoli dell'errore. Supponiamo adesso di fotografare un oggetto astronomico. In ciascun punto il segnale s_i sarà proporzionale all'efficienza quantica del pixel e all'intensità della radiazione giunta al telescopio, ovvero:

$$s_i = q_i I_i.$$

Se adesso dividiamo, pixel a pixel, l'immagine astronomica per l'immagine di *flat field* come l'abbiamo definita più sopra:

$$\overline{s}_i = \frac{q_i I_i}{FF_i}$$

otteniamo che il segnale in ciascun pixel dell'immagine rapporto è indipendente dall'efficienza quantica di ciascun pixel, e quindi le misure ottenute su pixel diversi sono confrontabili.

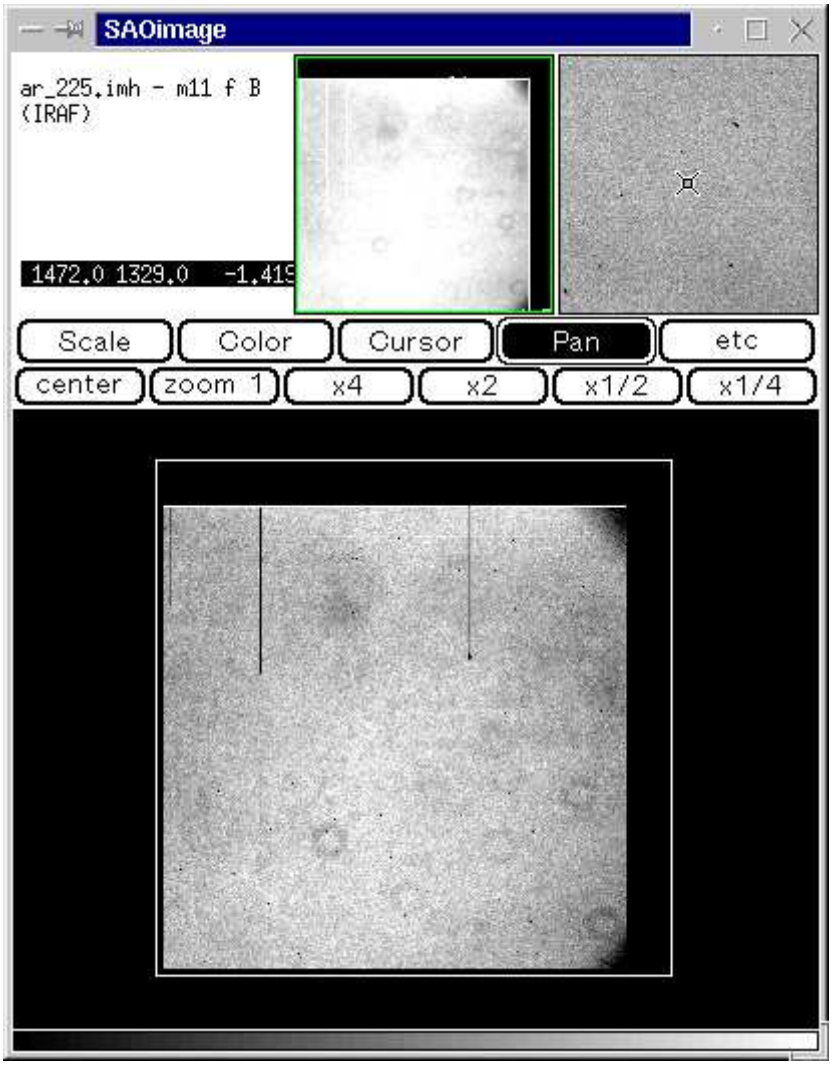

Figure 14: Immagine di *flat field* come mostrata da SAOIMAGE, si notino gli evidenti difetti di fabbricazione e gli anelli d'ombra formati dai granelli di polvere presenti sul filtro o sulla finestra del CCD. Si noti anche un danneggiamento in alto a destra. In realtà le variazioni sono largamente evidenziate dalla procedura di display del SAOIMAGE che attribuisce tutta la scala di grigi ad una varianza attorno alla mediana dell'immagine.

7.4 Il processo di riduzione delle immagini

Il processo di riduzione delle immagini può essere sintetizzato dalla seguenti relazione:

$$\mathbf{S}_c = \frac{\mathbf{S} - \mathbf{D}}{\mathbf{FF}} \tag{21}$$

Dove le variabili sono le immagini stesse e le operazioni indicate si intendono eseguite pixel per pixel. Non compare la sottrazione per il bias perché il bias è contenuto nell'immagine di buio. Abbiamo indicato con:

- **S** immagine astronomica *grezza*;
- $\mathbf{S}_c$ immagine astronomica *pulita*;
- **D** immagine di *buio* relativa all'immagine astronomica;
- **B** immagine di *bias*;
- **ff** immagine di *flat field*;
- $\mathbf{D}_{ff}$ immagine di buio relativa all'immagine di *flat field*;
- **FF** immagine di *flat field* **normalizzata** alla sua media;

Dove l'immagine di *flat field* normalizzata alla sua media si ottiene dalla relazione seguente:

$$\mathbf{FF} = \frac{(\mathbf{ff} - \mathbf{D_{ff}})N_{\text{pxls}}}{\sum (\mathbf{ff} - \mathbf{D_{ff}})_j}$$

D'ora in poi, considereremo trascurabile il contributo del rumore termico che da luogo all'immagine di buio, e le due equazioni di sopra prendono la forma:

$$\mathbf{S}_c = \frac{\mathbf{S} - \mathbf{B}}{\mathbf{FF}} \tag{22}$$

e

$$\mathbf{FF} = \frac{(\mathbf{ff} - \mathbf{B})N_{\text{pxls}}}{\sum (\mathbf{ff} - \mathbf{B})_j}$$

L'incertezza sull'immagine astronomica $\mathbf{S}_c$ si calcola nel modo seguente, nell'ipotesi che il segnale di buio sia trascurabile:

$$\sigma_{(S-B)} = \sqrt{\frac{(S-B)}{g} + 2n\sigma_B^2} \quad (in\ ADU)$$

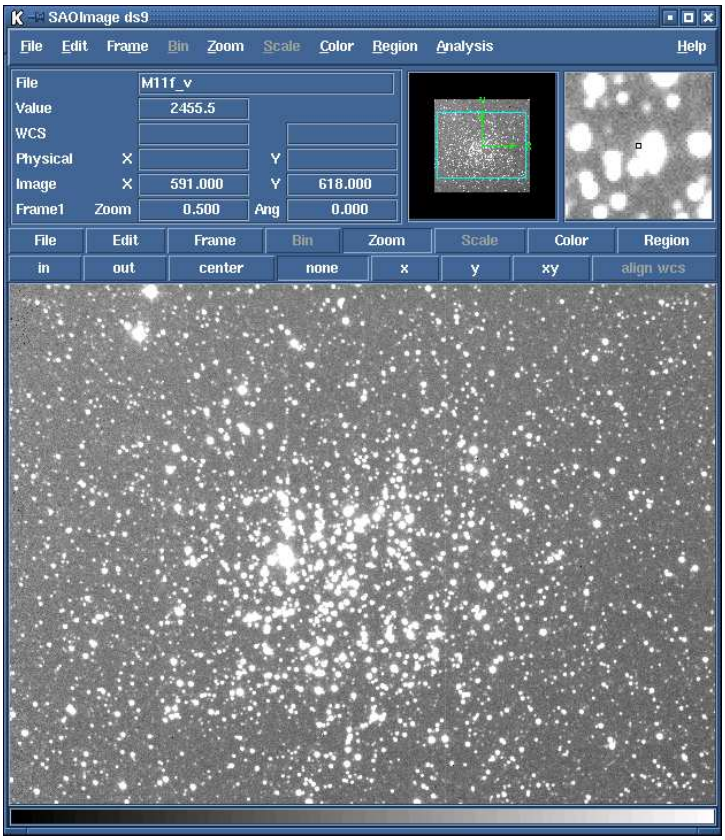

Figure 15: Immagine CCD dell'ammasso aperto M11 ottenuta al telescopio di Loiano, da cui sono stati rimossi dall'immagine l'effetto del *flat field* e del *bias* (SAOimage).

in modo analogo all'eq.19.

L'incertezza sul segnale corretto per il flat field è:

$$\frac{\sigma_{S_c}}{S_c} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{S-B}}{(S-B)^2} + \frac{\sigma^2_{FF}}{FF^2}} \tag{23}$$

Poiché $S_c \simeq S - B$ e $FF \sim 1$,si ha:

$$\sigma_{S_c} \simeq \sqrt{\sigma^2_{S-B} + (S-B)^2\sigma^2_{FF}} = \sqrt{\frac{S}{g} + (S-B)^2\sigma^2_{FF} + 2n\sigma^2_B} \tag{24}$$

7.5 Il cielo

Come del resto avviene nel caso nella fotometria eseguita con diaframmi, le misure fotometriche eseguite con le matrici CCD sono limitate in parte dalla luminosità del cielo, che purtroppo, su tutto il pianeta tende ad aumentare di anno in anno. Per ottenere quindi la *vera* luminosità degli oggetti astronomici si dovrà sottrarre l'effetto del cielo, operazione questa, particolarmente *costosa* in termini di rapporto segnale rumore come vedremo tra breve.

8 Valutazione del rumore fotometrico

Quando si vuole valutare la magnitudine di un un'oggetto dalla sua immagine ottenuta con un CCD, diversi tipi di errori casuali concorrono a determinare l'errore finale. In questa sezione valuteremo il rapporto *segnale rumore* S/N (oppure anche SNR) di un'immagine a cui è stato sottratto il contributo del cielo. Consideriamo che l'immagine di un oggetto sottenda $N = n \times n$ *pixels* sulla superficie di un ricevitore bidimensionale, o diciamo più propriamente, che la brillanza dell'oggetto sia valutata sommando il contributo di tutti gli N *pixels*. Il numero di conteggi S_o che potremo attribuire all'oggetto sarà quindi dato da:

$$S_o = \sum_{i=1}^{N} [S_{o+s}(i) - S_s(i)] \tag{25}$$

dove $S_{o+s}(i)$ indica il numero di conteggi, osservati nel pixel i dovuti alla radiazione emessa dall'oggetto e dal cielo sottostante. Mentre i conteggi che si sarebbero osservati in assenza dell'oggetto sono S_s. Le immagini si considerano già *ripulite* da effetti di *bias* e *flat-field*.

La statistica dei conteggi dipenderà dal numero dei fotoni che sono stati convertiti in elettroni dal CCD pertanto tutte le immagini saranno considerate in elettroni attraverso il fattore di guadagno g dato da

$$g = \frac{C_{elettroni}}{C_{ADU}}$$

I termini dell'eq.(25) sono affetti da quattro sorgenti di rumore:

- il rumore stocastico che ha una distribuzione poissoniana, quindi la sua ampiezza, cioè la varianza del segnale è pari alla radice quadrata dei conteggi (questo vale tanto per il segnale, quanto per il cielo);
- il rumore introdotto nell'analisi dati per tenere conto della correzione del *flat field*;
- il rumore di lettura *(readout noise)* caratterizzato da una varianza RON^2 in ciascun *pixel*;
- il rumore di troncamento attribuibile alla separazione delle letture analogiche in *bins* di valore discreto; questo effetto di troncamento è descritto da una variabile casuale uniformemente distribuita che ha un dominio di variabilità pari a g, cioè al guadagno del sistema, che indica quanti elettroni sono necessari per *far scattare* una ADU *(analog to Digital Unit)*. Il momento secondo, cioè la varianza di questa distribuzione è data da :

$$T^2 = \frac{g^2 - 1}{12}$$

Combinando gli ultimi due contributi, il rumore di base B in ciascun pixel è dato da:

$$B^2 = R^2 + T^2.$$

Siccome R e T sono fissi per ciascun *set-up* sperimentale e P può essere reso costante sull'immagine, possiamo considerare il rumore di base B come costante su tutta la superficie del CCD.

Le fluttuazioni casuali di conteggio relative all' oggetto e al cielo sono scorrelate, per cui l'errore totale di conteggio si ottiene dalla somma quadratica dei singoli errori. Per cui la deviazione standard del numero di conteggi relativo a ciascun *pixel* espressa in ADU σ_{S_O}, dopo la sottrazione del cielo sarà:

$$\sigma_{S_O} = \sqrt{\sum \sigma^2_{(S_{o+s}(i))} + \sigma^2_{(S_s(i))}} \tag{26}$$

dove

$$\sum \sigma^2_{(S_{o+s}(i))} = \frac{S_o}{g} + N\frac{f_s}{g} + \sum S_{o+s}(i)^2\sigma^2_{FF} + N2n\sigma^2_B$$

e

$$\sum \sigma^2_{(S_s(i))} = N\frac{f_s}{g} + Nf_s^2\sigma^2_{FF} + N2n\sigma^2_B$$

dove si è assunto un cielo uniforme con $f_s = S_s/N$.

Il rumore totale nell'immagine si ottiene quindi come:

$$\sigma_{S_O} = \sqrt{\frac{S_o}{g} + 2N\left(\frac{f_s}{g} + 2n\sigma^2_B\right) + \sum S_{o+s}(i)^2\sigma^2_{FF} + Nf_s^2\sigma^2_{FF}}$$

9 Valutazione del rapporto segnale rumore

Il rapporto segnale rumore, S/N, è definito come:

$$\frac{S}{N} = \frac{S_o}{\sigma_{S_o}}$$

Assumendo per semplicità che l'errore su FF sia trascurabile si ha:

$$\frac{S}{N} = \frac{S_o}{\sqrt{\frac{S_o}{g} + 2N\left(\frac{f_s}{g} + n\sigma^2_B\right)}}$$

Moltiplicando numeratore e denominatore per il guadagno g si ottiene il rapporto segnale rumore espresso in elettroni. Inoltre, tenendo conto del tempo di integrazione, scrivendo $gS_o = St$, $gf_s = ft$ e $ng^2\sigma^2_B = B^2$ si ha:

$$\frac{S}{N} = \frac{St}{\sqrt{St + 2N\left(ft + B^2\right)}} \tag{27}$$

oppure anche:

$$\frac{S}{N} = \frac{\sqrt{St}}{\sqrt{1+\xi}} \tag{28}$$

dove:

$$\xi = \frac{2N\left(ft + B^2\right)}{St} \tag{29}$$

Si nota facilmente che il rapporto segnale rumore che tende al rumore della distribuzione di Poisson se ξ tende a zero. Questo è il caso in cui la misura avviene nelle condizioni di minor rumore possibile e prende il nome di *photon noise limited case*. Per avvicinarsi a questa condizione è evidente che dobbiamo tenedere a rendere minimo ξ compatibilmente con le condizioni sperimentali.

Se il cielo non è trascurabile rispetto al segnale proveniente dall'oggetto allora $ft \gg B^2$ e $\xi \approx 2Nf/S$ e la misura si dice *sky limited*.

Mentre se la misura è limitata dal rumore di base avremo $\xi \approx 2NB^2/St$, essa si dice *RON limited*.

9.1 Incertezza sulla misura della magnitudine e dell'indice di colore

Ricordando che la magnitudine della stella incognita si ricava utilizzando le stelle standard per determinare la costante additiva e che per ciascuna banda di lunghezze d'onda si calcola:

$$m = m^{(s)} + 2.5 \log d^{(s)} - 2.5 \log d$$

Questo se si ha una stella standard. Se si hanno più stelle standard allora si possono calcolare tanti valori di $-2.5 \log k$ e ricavare poi la media e lo scarto massimo o la deviazione standard.

Posto $K = -2.5 \log k$, si ha:

$$m = K - 2.5 \log d$$

L'errore che si commette nel valutare la magnitudine si calcola dalle relazioni precedenti:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_K^2 + \left(\frac{2.5}{ln\,10}\frac{1}{d}\right)^2 \sigma_d^2}$$

Ricordando che d è proprio il segnale misurato che $\frac{2.5}{ln\,10} = 1.0857 \sim 1$ e quanto detto nel paragrafo precedente, si trova:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_K^2 + \left(\frac{S}{N}\right)^{-2}}$$

In modo analogo, per l'indice di colore B-V si ha:

$$\sigma_{B-V} = \sqrt{\sigma_{K_B}^2 + \sigma_{K_V}^2 + \left(\frac{S}{N}\right)_B^{-2} + \left(\frac{S}{N}\right)_V^{-2}}$$

Naturalmente in tutta questa trattazione non abbiamo tenuto conto di fattori esterni alla camera CCD e al sistema di acquisizione, come la scintillazione atmosferica e gli errori connessi con la trasformazione del sistema di magnitudini strumentali al sistema di riferimento adottato.

10 Massimizzazione del rapporto segnale rumore

Per massimizzare la precisione di una misura fotometrica si cercherà con ogni mezzo di far tendere a zero la quantità ξ. Discuteremo qui di seguito un certo numero di accorgimenti che conducono a minimizzare ξ. Bisogna tener conto che lo sperimentatore è costretto dal problema astrofisico ad osservare oggetti di data brillanza e date dimensioni angolari e quindi, ovviamente, non può aumentare il rapporto S/N andando ad osservare oggetti più brillanti o di minore estensione angolare. Analogamente vi sono fattori su cui l'osservatore non può esercitare alcun controllo, come per esempio la freschezza dell'alluminio che ricopre gli specchi, il seeing, o la trasparenza del cielo. Tuttavia lo sperimentatore ha dei margini di manovra che possono risultargli utili per progettare l'osservazione in modo da non degradare la precisione delle sue misure oltre il limite imposto dalla strunetazione utilizzata. Per minimizzare ξ bisogna quindi cercare di:

1) acquisire il massimo numero di conteggi C_0 possibili operando nel modo seguente:

- usare uno strumento il più *trasparente* possibile e un CCD ad alta efficienza quantica;
- lavorare in condizioni di alta trasparenza atmosferica;
- utilizzare filtri ad alta trasmissione, o se compatibile con l'esperimento, allargare il più possibile la banda passante
- allungare, il più possibile i tempi di posa

2) Ridurre il più possibile il rumore il conteggio medio del fondo f_s

- scegliere un cielo scuro e una notte senza Luna per fare le osservazioni
- minimizzare la luce diffusa da sorgenti spurie, vicino al CCD
- utilizzare filtri che eliminino le righe di emissione del cielo

3) Ridurre il più possibile il numero di pixels, n interessati dall'oggetto, diminuendo il più possibile la scala sul piano immagine. Operando in questa maniera si massimizza la densità di energia sul piano immagine e si minimizza il numero di pixels che contribuiscono al rumore di base. Ridurre n può comportare tuttavia un sottocampionamento dei dati. Se per esempio è necessario rivelare sorgenti deboli allora la scala dell'immagine deve essere leggermente più grande di quella critica di 2 pixels lineari (4 sull'immagine) per ogni larghezza totale a metà altezza richiesta dal teorema del campionamento. Questo risultato si ottiene utilizzando un riduttore di focale.

4) Ridurre il più possibile il rumore di base ricorrendo ai seguenti accorgimenti:

- usare un CCD la cui elettronica dia un basso rumore di lettura
- utilizzare se controllabile un guadagno basso per minimizzare l'errore di troncamento e naturalmente utilizzare aritmetica in virgola mobile per la riduzione dei dati
- minimizzare il rumore introdotto nella riduzione delle immagini usando immagini di buio e di *bias* ad alto S/N

11 Alcuni cenni sul programma IRAF

11.1 Introduzione

Il programma IRAF è un programma disegnato per estrarre l'informazione dalle immagini astronomiche. È costituito da un ambiente che si invoca sulle macchine in cui è installato digitando il comando `cl` . L'acronimo *cl* sta per Command Language. IRAF deve essere lanciato partendo da una finestra tipo `xterm` . All'interno di IRAF si trovano molti *ambienti* in cui sono definite diverse *tasks*, cioè programmi che svolgono funzioni

specifiche. Ogni *task* ricorda i parametri con cui è stata invocata la volta precedente per cui, se non si desidera cambiare questi parametri, si può, dopo aver digitato il nome della *task* dare direttamen te un `<cr >` . Il programma è dotato di un *help* in linea per cui è possibile consultare i manuali relativi alle diverse sezioni del programma. Ogni *task* consente all'operatore di modificare i suoi parametri di funzionamento. Per fare questo si possono editare i parametri con l'ordine `eparam <nome task>` . Conclusa la modifica dei parametri digitare `:wq` per salvare le modifiche, `:q` per abbandonare senza alcuna modifica, e `:go` per mandare in esecuzione la *task* . Il programma IRAF si interfaccia con diverse *routine* utili per mostrare le immagini sullo schermo. Una di queste è `saoimage` che si invoca da fuori il `cl` digitando `saoimage &` o dall'interno del `cl` digitando `!saoimage &` .

Supponiamo di essere stati a lavorare ad un telescopio dove abbiamo fotografato l'ammasso *M11* , avremo su CD-rom, in formato FITS l'immagine `M11.fts` , insieme al *bias* `bias.fts` e l'immagine di *flat field* `flat.fts` .

Come prima operazione dovremo copiare le immagini dal CD-rom sulla nostra directory di lavoro, le procedure cambiano da calcolatore a calcolatore. Si dovrà poi convertire le immagini da formato FITS in formato proprietario di IRAF. Per ottenere questo risultato dall'interno dell'ambiente IRAF digiteremo il comando `da` che è una abbreviazione di *dataio* ovvero *data input-output.* In quest'ambiente si trova una *task* dal nome `rfits` che legge il formato fits. Per metterla in esecuzione sulle nostre immagini non dovremo fare altro che digitare `rfits M11.fts` . La *task* ci domanderà il nome della immagine IRAF che vorremo scrivere e noi, per mancanza di fantasia, scriveremo `M11` . Osserveremo che nella nostra *directory* è apparso un file, piuttosto piccolo, dal nome `M11.imh` che è lo *image header* dell'immagine *M11* che in realtà si trova in un'altra directory sotto il nome di `M11.pix` . La stessa procedura dovremo seguirla con le altre immagini. Se vogliamo vedere le immagini sullo schermo dovremo invocare la routine `saoimage` che costituisce lo spazio in cui il calcolatore mostra le immagini. Subito dopo dovremo invocare l'ambiente `image` e il sotto ambiente `tv` . Da *tv* daremo l'ordine `display M11.imh` e l'immagine comparirà nell'apposito spazio di *saoimage* .

11.2 Analisi delle immagini con IMEXAMINE

IMEXAMINE è una routine molto complessa che si invoca digitando semplicimente `imexamine` dopo avere aperto un'immagine nel `saoimage` . A questo punto si noterà che il cursore del `saoimage` ha cambiato aspetto: è infatti diventata una croce. Il cursore serve per indicare alla routine dove eseguire sull'immagine le operazioni richieste. L'operatore attiverà la finestra di `saoimage` *cliccando* sulla barra della finestra e poi si porterà col cursore dove vuole eseguire le seguenti operazioni:

1. `a` esegue la fotometria di apertura intorno al centro indicato dal cursore, il raggio della fotometria è stabilito dal parametro `radius` . Se è stata selezionata l'opzione di *background subtraction* viene definito un anello concentrico alla stella di larghezza assegnata dal parametro `width` e separa da un'opportuna distanza. Se i parametri `ixorder` e `yorder` sono posti uguali a zero il *background* viene valutato calcolando la mediana dei pixels interni all'anello. Il flusso proveniente dalla stella viene calcolato semplicemente sommando il valore dei pixels interni al raggio specificato dalla posizione centrale secondo la relazione:

$$m = m_0 - 2.5 \log_{10} s_i$$

dove m_0 è il parametro `magzero` ovvero è la magnitudine di riferimento, e s_i è il valore dei singoli pixels all'interno dell'apertura di cui abbiamo già scritto. Il programma esegue anche un *fit* con il metodo dei minimi quadrati del profilo radiale della stella sui valori dei pixel a cui è stato sottratto il *background*, calcolato come indicato, per calcolare l'intensità centrale e la FWHM *Full Width Half Maximum.* Il tipo di funzione può essere scelto attraverso il parametro `fittype` . La scelta è tra una gaussiana e una funzione di *Moffat* . Ovvero, in caso della gaussiana:

$$I = I_c \exp[-0.5(\frac{r}{\sigma})^2]$$

oppure nel caso della funzione di Moffat:

$$I = I_c[1 + (\frac{r}{\alpha})^2]^{-\beta}$$

dove I_c è il valore di picco, r è la distanza radiale, e σ, α, β sono i parametri del *fit.* Se è stato indicato il nome di un file come `logfile` per ogni volta che si digita `a` i dati vengono accumulati nel file.

2. `b` stampa le coordinate dei vertici di una regione rettangolare di pixels individuata da due posizioni del cursore.

3. `j` oppure `k` stampa il centro, il picco, la σ di un profilo e il *background* di un profilo

4. `m` esegue la statistica dei pixels su una regione rettangolare centrata attorno al cursore.

5. `c` grafica la colonna relativa al pixel su cui si trova il cursore

6. `e` esegue le isofote di una piccola regione attorno al cursore.

7. `h` crea un istogramma dei pixels attorno al cursore.

8. `l` grafica la riga su cui si trova il cursore.

9. `r` esegue un grafico radiale della stella secondo le regole già descritte per `a` .

10. `s` esegue un plot di superficie intorno al punto indicato dal cursore.

11. `j` esegue il grafico di un certo numero di punti lungo una riga, esegue ilo fitting di una gaussiana.

12. `k` come `j` solo che l'analisi è condottqa su una colonna.

13. `q` termina la *task*

14. `v` esegue un grafico lungo un vettore individuato dalle due posizioni del cursore lette a due successivi battiture del tasto

    `u` esegue un grafico lungo un vettore avente origine nel punto in cui si trova il cursore alla prima battitura del tasto `u` ma che si estende dalle due parti simmetriche di una quantità pari alla distanza tra la posizione della prima e della seconda battuta.

ovvero in estrema sintesi, diamo un breve estratto dal manuale di IMEXAMINE che può essere consultato in linea digitando `help imexamine` o per maggior comodità diretto verso un file `help imexamine > nomefile` e riletto da un'altra finestra con `less` .

COMMANDS

Cursor Keys

?	Print help
a	Aperture sum, moment parameters, and profile fit
b	Box coordinates for two cursor positions - c1 c2 l1 l2
c	Column plot
d	Load the image display
e	Contour plot
f	Redraw the last graph
g	Graphics cursor
h	Histogram plot
i	Image cursor
j	Fit 1D gaussian to image lines
k	Fit 1D gaussian to image columns
l	Line plot
m	Statistics image[section] npixels mean median stddev min max
n	Next frame or image
o	Overplot
p	Previous frame or image
q	Quit
r	Radial profile plot with fit and aperture sum values
s	Surface plot
u	Centered vector plot from two cursor positions
v	Vector plot between two cursor positions
w	Toggle write to logfile
x	Print coordinates

```
                col line pixval [xorign yorigin dx dy r theta]
y       Set origin for relative positions
z       Print grid of pixel values - 10 x 10 grid
,       Quick Gaussian/Moffat photometry
.       Quick Gaussian/Moffat radial profile plot and fit
```

Ricordiamo che questi comandi debbono essere digitati dopo aver messo in esecuzione IMEXAMINE e reso attiva la finestra di SAOIMAGE [cursore a forma di croce].

11.3 Le prime fasi dell'elaborazione

Procedendo all'elaborazione delle immagini è sempre opportuno avere a disposizione un registro per annotare tutte le operazioni che si compiono e il valore dei parametri più importanti che possono essere utili per le fasi successive del lavoro. Per documentare la relazione si possono stampare le immagini direttamente *cliccando* sul tasto `print` del `saoimage` che si trova sotto il tasto `etc.` . Le stampe *costano* in termini di inchiostro per cui è opportuno limitarle al minimo.

Si cominci ad analizzare l'immagine di *bias* determinando il valore medio dei pixels e la statistica. La stessa operazione si compia sull'immagine di *flat-field* e si annotino i dati. Se si dispone di più immagini di ff potrebbe essere opportuno sommarle (con *imarith* vedi seguito) tra di loro per diminuire il rumore introdotto dal procedimento di riduzione. Acquisite queste informazioni di proceda a sottrarre il *bias* dal *flat* ricorrendo al comando *imarith* . Questo comando serve per eseguire operazioni elementari tra immagini. Il programma chiede il nome della prima immagine coinvolta nell'operazione, il tipo dell'operazione, il nome dalla seconda immagine e infine il nome dell'immagine risultante (che può essere anche quello di una delle due immagini coinvolte). Si passa quindi a determinare il valore medi su una dimensione piuttosto ampia con l'ordine

```
imstat imagename[x1:x2,y1:y2]
```

Una volta conosciuto il valore della media procederemo a dividere l'immagine di ff per questo valore, ottenendo l'immagine che d'ora in poi sarà il nostro ff. Si riesamineranno

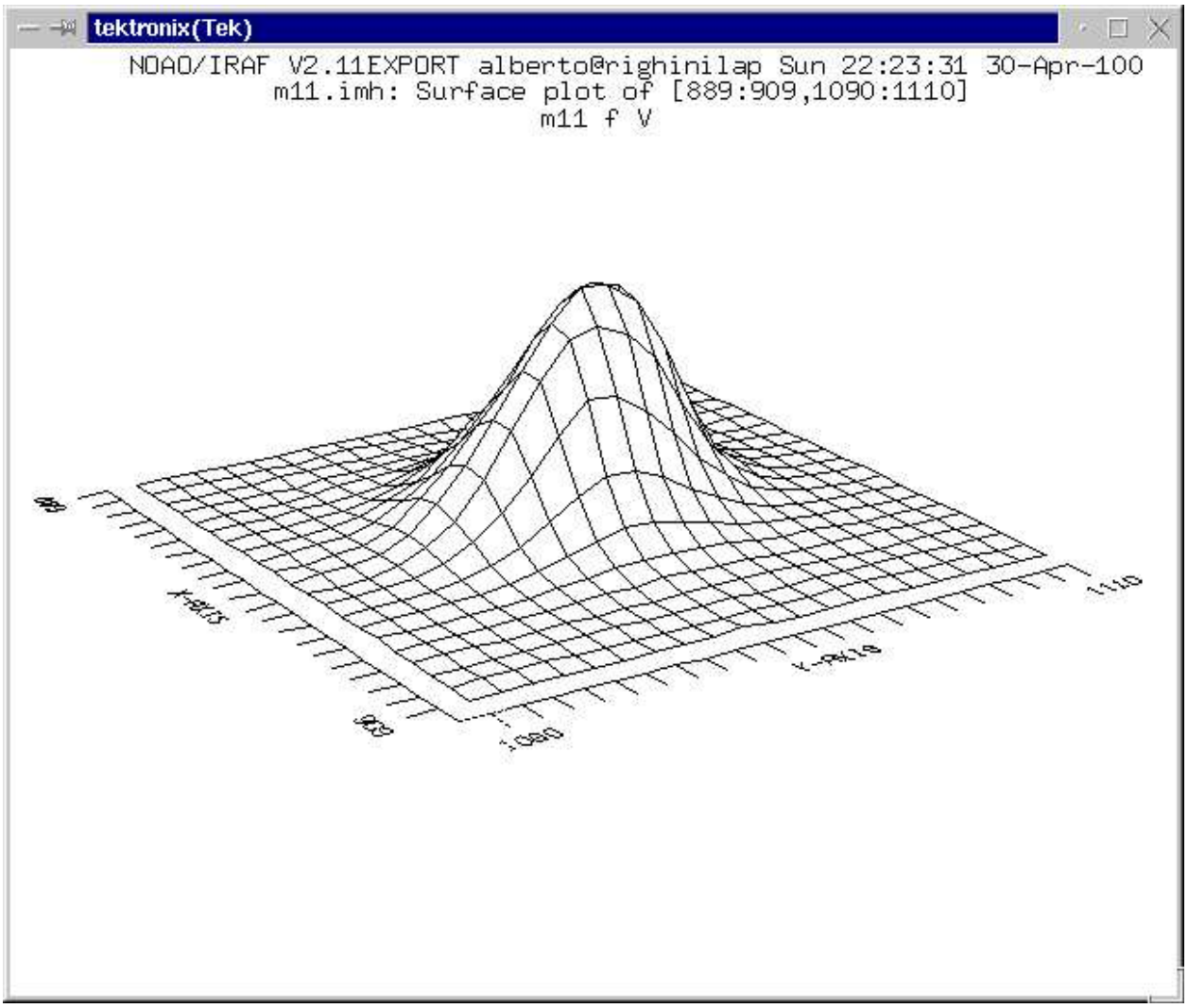

Figure 16: Profilo fotometrico di una stella dell'ammasso M11. La coordinata z è proporzionale all'intensità misurata.

le operazioni eseguite e si stimerà l'errore attribuibile a ciascun pixel, rispondendo alla domanda: se io facessi le stesse operazioni su un numero grande a piacere di immagini di *flat* e di *bias* prese tutte nelle stesse condizioni quale sarebbe la distribuzione dei valori che otterrei sullo stesso pixel e quale la sua standard deviation?

Si procede quindi a *ripulire* l'immagine astronomica dagli effetti del *bias* e del ff ottenendo l'immagine su cui dovremo lavorare per eseguire la nostra fotometria. Se ci dovessimo trovare in presenza di una immagine particolarmente complessa potrebbe essere opportuno suddividere l'immagine in tante sottoimmagini omogenee tra loroi con l'ordine

```
imcopy imagename[x1:x2,y1:y2] newimagename
```

Le considerazioni seguenti valgono per la parte di immagine sotto esame.

Per eseguire la fotometria di apertura ci interessa conoscere la struttura dell'immagine delle stelle, essenzialmente la sua FWHM e il limite oltre il quale il profilo si può confondere con il cielo e il valore del cielo con la sua statistica. Nelle prossime fasi di elaborazione potrà essere conveniente assumere che il cielo rimanga costante su tutta l'immagine. Tutte queste informazioni che ci servono possono essere ottenute utilizzando `imexamine` e registrando i dati su un opportuno file `mylog` . I grafici che si vogliono riportare nella relazione possono essere registrati in un formato interno su un file `plotfile` e poi estratti in sequenza con l'ordine

```
gkiextract plotfile | stdplot dev=lp
```

nell'ipotesi che la stampante PostScript si chiami `lp` .

11.4 Fotometria di apertura con APPHOT

Tra[6] gli altri *packages* IRAF dispone di un *package* per fotometria di apertura: APPHOT. Con questo strumento *software* si possono calcolare le magnitudini delle stelle che esistono in un'immagine CCD. In APPHOT tra gli altri, si trova la procedura PHOT che calcola il numero di conteggi che cadono, nell'unità di tempo, all'interno di un disco di raggio opportuno centrato nella stella di cui si vuol determinare la magnitudine. La procedura sottrae

[6]Dalla rezione di esame di Borelli e Sorelli

quindi da tale numero i conteggi che non sono dovuti a fotoni della stella e trasforma il numero restante in magnitudini.

Pertanto, prima di lanciare il comando PHOT, l'utente deve stabilire il valore di alcuni parametri critici. I risultati fotometrici sono buoni nella misura in cui sensatamente sono stati assegnati i valori di tali parametri.
Riassumiamo schematicamente i passi fondamentali di una misura fotometrica eseguita sull'immagine chiamata *imagename*, riportando in neretto i comandi che si devono digitare e sottintendendo che dopo ogni comando deve essere premuto il tasto **enter**. Dopo essersi messi in `cl` si digiterà `noao` , `digi` , `ap` , (ci portiamo così in ambiente APPHOT). Digitiamo poi `imheader` *imagename* Ci appare in tal modo un insieme di informazioni utili sull'immagine, che costituiscono il cosidetto *header* dell'immagine. Per i nostri scopi è essenziale che il tempo di integrazione sia quello giusto. Pertanto verificheremo tale informazione e ci annoteremo la keyword con cui questo dato è stato immagazzinato (per esempio *time-int*) nell'*header* dell'immagine stessa. Una eventuale correzione si esegue digitando il comando `hedit` *imagename*, seguito dalla *keyword* del dato che intendiamo correggere e dal nuovo valore, secondo le istruzioni che ci appaiono sullo shermo. Proseguiamo digitando `epar` *datapar* Ci vengono mostrati tutti i parametri dipendenti in modo diretto dai dati della nostra immagine. Sono fondamentali nel nostro caso i parametri:

1. scale: indica il numero di secondi d'arco per *pixel* e dipende dal rivelatore e da come è stato usato.

2. datamin e datamax: tali parametri rappresentano il numero minimo e massimo di conteggi che un *pixel* può mostrare per non essere scartato nel calcolo della magnitudine. La scelta di tali valori deve essere compiuta allo scopo di selezionare i dati che appartengono all'intervallo di linearità del rivelatore.

3. exposure: qui va inserita la keyword con cui è stato registrato nell'header il tempo di integrazione. Questa informazione consente di calcolare il numero di conteggi *al secondo*.

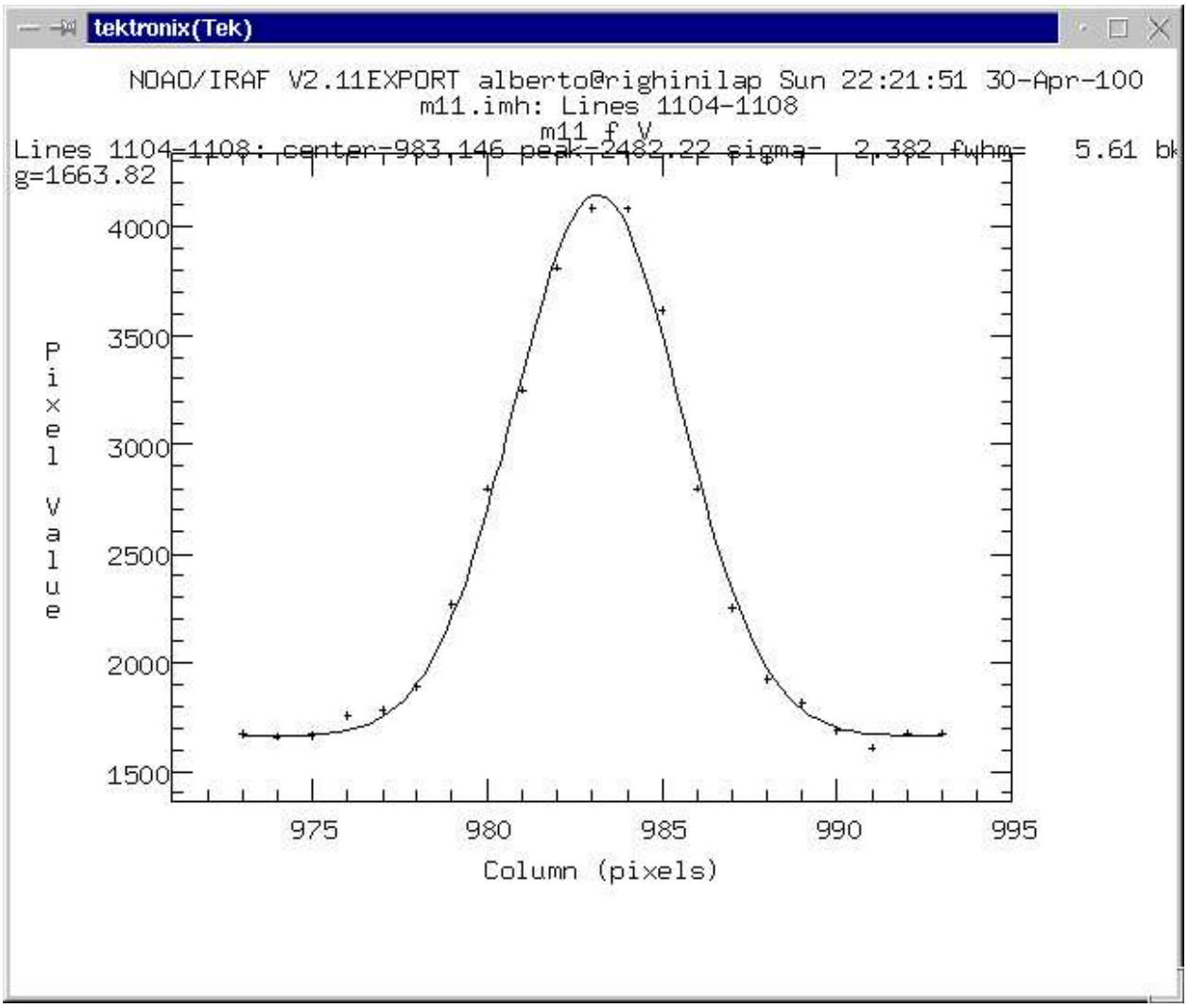

Figure 17: Profilo fotometrico di una stella dell'ammasso M11 lungo una colonna. I punti sono stati interpolati con una fuzione di *Moffat*. Da questo profilo si può ricavare la FWHM dell'immagine stellare.

4. itime: nel caso in cui nell'header dell'immagine non compaia il tempo di integrazione, cioè non vi sia nessuna keyword relativa ad esso, si inserisce, in corrispondenza di *itime*, il tempo di integrazione in secondi.

Affinché i parametri da noi inseriti siano registrati occorre terminare questa operazione con **:wq**.

Si procede ancora digitando `eparam fitskypar` Ci vengono mostrati ora i parametri che riguardano la stima del cielo. Prima di accedere a questa sezione è opportuno aver studiato l'immagine con IMEXAMINE. Con IRAF il cielo viene stimato su una corona circolare concentrica al disco di apertura.
Consideriamo i parametri più importanti:

1. salgorithm: qui va digitato il nome dell'algoritmo che si sceglie per calcolare una stima del valore del cielo. Dato che ci interessa il valore del cielo proprio nella regione occupata dalla stella e non un valore medio indicativo di tutta l'immagine è preferibile utilizzare uno dei due algoritmi *median* o *mode*, che danno una stima più verosimile rispetto a una semplice media (con cui *pixel* con valori fortemente al di fuori della distribuzione pesano eccessivamente)

2. annulus: è il valore, espresso in *pixel*, del raggio interno della corona circolare. Deve essere preso il più vicino possibile al raggio di apertura, in modo che il cielo sia calcolato in prossimità della stella.

3. dannulus: rappresenta il valore in *pixel* dello spessore dell'anello. Per stelle ben isolate può essere preso grosso a piacere, perché non c'è ragione di pensare che intorno a queste il cielo non sia uniforme , dato che le immagini, in fase di rielaborazione, sono state divise per il *flat-field*.
   Ricordiamo che l'errore poissoniano associato alla magnitudine delle stelle diminusce al crescere del numero di *pixel* su cui si calcola il cielo. Del resto non ha senso, per minimizzare l'errore, sottrarre un valore del cielo che non sia realistico. Questo può succedere nel caso di ammassi di stelle, in cui gli oggetti sono così fitti che il calcolo del cielo su un anello molto esteso ha ben poco a vedere con il valore del cielo tra noi e l'oggetto. Per cui in tal caso si sceglieranno valori piccoli del *dannulus*, in modo da

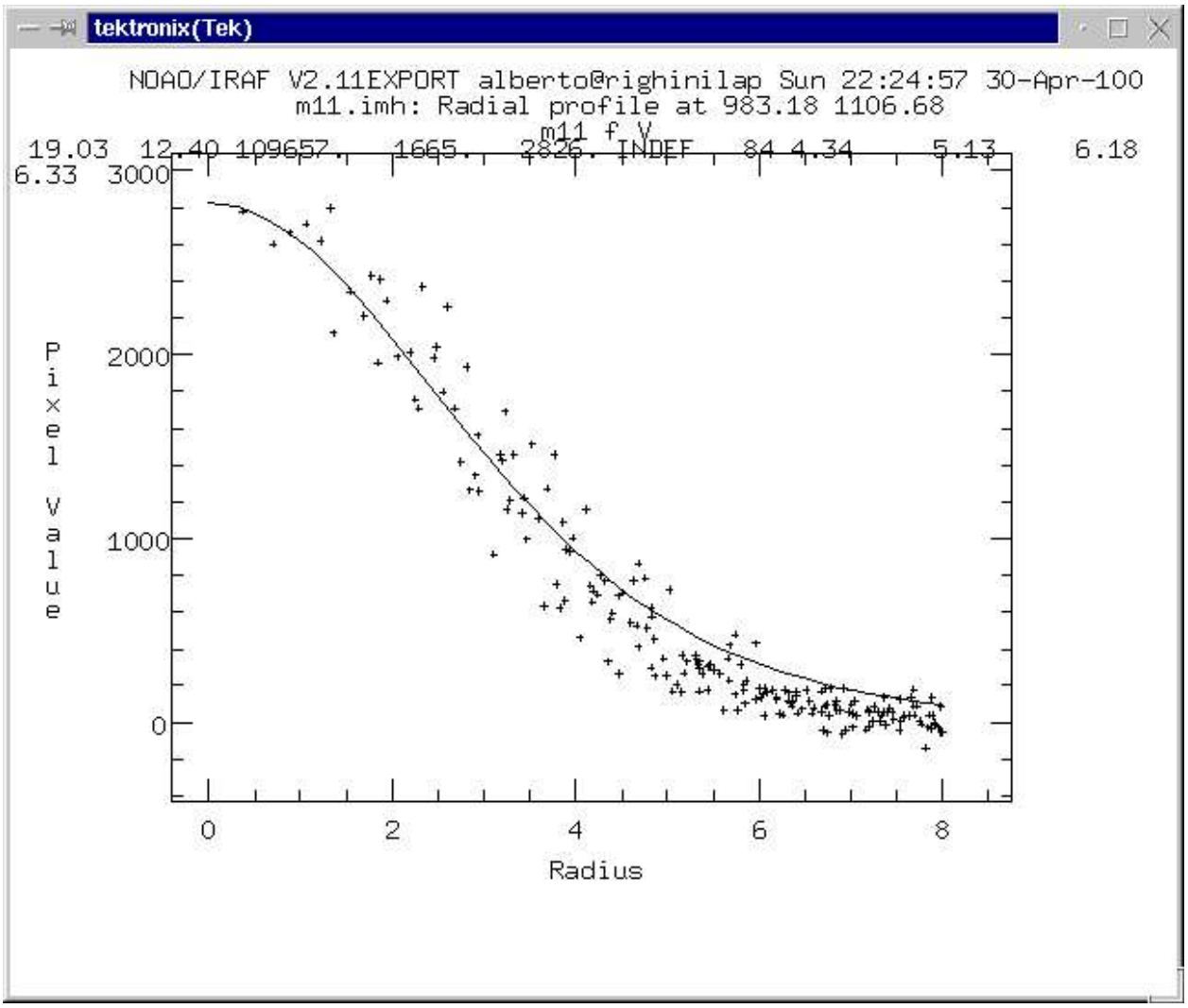

Figure 18: Profilo fotometrico radiale di una stella dell'ammasso M11. I punti sono stati interpolati con una fuzione di *Moffat*. Da questo profilo si pò ricavare la FWHM dell'immagine stellare. Il cielo è già stato sottratto dal programma.

non sovrastimare il cielo includendo nella corona circolare *pixel* i cui conteggi sono dovuti ad altre stelle.

Una volta inseriti i valori per questi parametri come nel caso precedente concludiamo con **:wq**.

Procedendo si deve digitare `eparam photpar` . In *photpar* sono contenuti i parametri fondamentali per il calcolo della magnitudine.

1. aperture: va inserito qui il valore scelto per il raggio dell'apertura, espresso in *pixel*. L'apertura deve essere sufficientemente grande, in modo da non sottostimare la luminosità della stella e sufficientemente piccola in modo da non sovrastimarla raccogliendo la luce che proviene da altri corpi celesti. Nel caso di stelle bene isolate conviene scegliere diversi raggi di integrazione, da tre a quindici *pixel*, per esempio. Si ottengono così tante misure di magnitudine, con risultati all'inizio decrescenti al crescere del raggio (la luminosità aumenta fintantoché ingrandiamo l'apertura) e dopo un po' stabili entro l'errore. Prendiamo allora come valore della magnitudine della stella quello corrispondente all'apertura massima oltre la quale i risultati sono asintotici all'interno dell'errore. Per campi di stelle non è possibile utilizzare raggi così grandi, perché le stelle sono fitte, per cui conviene scegliere per ogni stella l'apertura massima entro la quale non ci siano stelle vicine.

2. zmag: deve essere inserito qui il valore dello zeropoint.
   Se la nostra misura ha lo scopo di determinare lo zeropoint mediante la fotometria di stelle di calibrazione lasceremo $zmag = 0$. Otterremo quindi lo zeropoint come differenza tra la magnitudine della stella standard (secondo il catalogo a cui ci riferiamo) e il numero fornito da IRAF, che è pari a

$$-2.5 \log \frac{d_{star}}{t_{int}}$$

   dove d_{star} sono i conteggi dovuti alla stella e t_{int} è il tempo di integrazione.
   In genere tale conto si effettua su diverse stelle standard e poi si mediano gli zeropoint ottenuti.
   Al solito concludiamo con **:wq**.

Si tratta ora di stabile alcuni parametri che servono alla ricerca del centro delle stelle, ossia a determinare il punto dell'array in cui vengono centrati il disco di apertura e la corona su cui si calcola il cielo. È essenziale che il centro sia determinato con la maggiore accuratezza possibile ai fini della precisione dei risultati. Si ricorre alla procedura *center* digitando `epar center` .

1. calgorithm: sono diversi gli algoritmi che a partire da una stima fornita dall'utente delle coordinate del centro di una stella ricavano nuovi valori. Si consiglia di usare l'algoritmo *gauss*, in quanto dopo una serie di prove è risultato il più stabile, ossia fornisce gli stessi risultati partendo da stime iniziali leggermente diverse anche per oggetti molto deboli.

2. maxshift: rappresenta il numero massimo di *pixel* di cui le nuove coordinate del centro della stella possono distare da quelle fornite come stima iniziale. Si consiglia un numero compreso tra i cinque e gli otto *pixel*.

Il programma calcola anche l'errore associato alla magnitudine delle stelle. Detto s_i il numero di conteggi associati al pixel i-esimo su cui viene calcolato il cielo, se n_{sky} è il numero di pixel compresi tra l'annulus e il dannulus e S è il valore del cielo, stimato come media degli s_i, l'errore su S è dato da:

$$\sigma_S = \frac{\sigma_{sky}}{\sqrt{n_{sky}}}$$

Ora anche se il cielo S viene calcolato con algoritmi diversi dalla semplice media, σ_S costituisce comunque una buona stima dell'errore su S e infatti il programma la utilizza indipendentemente dall'algoritmo scelto.
Se f_i sono i conteggi sul pixel i-esimo dovuti ai fotoni della stella e del cielo, phot per prima cosa somma tutti gli f_i contenuti nell'apertura. Sia allora

$$F = \sum_{i=1}^{nstar} f_i$$

dove nstar è appunto il numero di pixel contenuti nel disco.
L'errore su F viene calcolato come rumore poissoniano sul numero di elettroni rivelati. Si converte cioè F in elettroni, moltiplicandolo per il numero di elettroni per ADU *epadu* e

se ne estrae la radice, per poi trasformarla in conteggi. Questo è il rumore σ_F dovuto a tutto il segnale che cade sull'apertura:

$$\sigma_F = \frac{\sqrt{F * epadu}}{epadu}$$

Per una stima più precisa dell'errore occorrerebbe sommarvi in quadratura il readout noise r, (espresso in conteggi), ma il programma tralascia questo contributo all'errore, dato che in genere F risulta molto maggiore di r.
Inoltre la statistica di Poisson dovrebbe essere applicata ai fotoni, mentre qui viene applicata direttamente agli elettroni come se l'efficienza quantica dello strumento fosse pari ad uno, ma anche questo non è determinante ai fini del calcolo dell'errore.
PHOT calcola i conteggi dovuti solo ai fotoni della stella come:

$$F_{star} = F - n_{star} * S$$

L'errore su F_{star} risulta dato dalla somma in quadratura dei rumori del cielo e di tutto il segnale sull'apertura. Si ha cioè:

$$\sigma_{F_{star}} = \sqrt{\sigma_F^2 + {n_{star}}^2 * \sigma_S^2}$$

ossia

$$\sigma_{Fstar} = \sqrt{\sigma_F^2 + {\sigma_{sky}}^2 * \frac{n_{star}^2}{n_{sky}}}$$

Dalla formula si comprende che l'errore sulla magnitudine diminuisce all'aumentare del numero di pixel su cui viene calcolato il cielo, mentre cresce al crescere dell'apertura.

A questo punto siamo pronti per procedere alla fotometria vera e propria. La procedura PHOT può essere usata in modo cosidetto *batch* e in modo interattivo.
Con il metodo interattivo le stelle vengono selezionate una ad una con il *mouse* dall'utente, che fornisce in tal modo a occhio la stima iniziale dei centri.
L'altro metodo prevede che si crei una lista contenente tale stima. Nel caso in cui si voglia fare la fotometria solo di poche immagini si può senz'altro usare il metodo interattivo, che viene selezionato digitando: `epar phot` e ponendo *interactive* = **yes** seguito da *verify* = **no** se ci sembra che per tutte le stelle dell'immagine vadano bene i parametri che sono

stati fissati. Se viceversa nell'immagine ci sono stelle isolate e stelle più fitte e vogliamo riservarci la possibilità di aggiustare i parametri *annulus*, *dannulus* e *aperture* stella per stella porremo

verify = **yes**

Ricordiamo infine che IRAF dispone di un utilissimo "help on line", che si consulta semplicemente digitando `help` *taskname* e fornisce tutte le informazioni desiderate sui *task* che intendiamo usare.

Bibliografia

AA. VV.: IRAF manuali d'uso

Davis, L.: 1987, in *Specification for the Aperture Photometry Package*

Massey P., Davis, L.: 1992, in *A user's guide to stellar photometry with IRAF*

Mackay, D. C.: 1986, *Charge-coupled devices in Astronomy* in *Ann Rev. Astron. Astrophys.* **24**, 255-283

Newberry, V. M.: 1991 *Signal-to-noise considerations for sky-subtracted CCD data* PASP **103**, 122-130

Stetson, P.:1987, *Daophot: a computer program for crowded-field stellar photometry*, PASP 99,191-222

Walker, G.: 1987 *Astronomical Observation, an optical perspective*, Cambridge University Press