

Amplificatore Lock-in

L'*amplificatore Lock-in* (fig. 1) è uno strumento in grado di rivelare l'ampiezza di un segnale elettrico debole a frequenza nota in presenza di rumore. Se in-



Figura 1: Amplificatore lock-in utilizzato per l'esperienza di Laboratorio.

dichiamo con $S(t)$ il segnale in ingresso allo strumento in funzione del tempo esso risulterà composto di due parti

$$S(t) = V_0 \cos \omega t + r(t) \quad (1)$$

dove V_0 è l'ampiezza del segnale d'interesse, ω la sua pulsazione e $r(t)$ il rumore. Il segnale viene prima amplificato in modo da risultare

$$S'(t) = G_{ac} V_0 \cos \omega t + G r(t) \quad (2)$$

dopodiché viene moltiplicato per un segnale noto

$$Z(t) = \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

con φ fase casuale, in modo da risultare

$$S''(t) = G_{ac} V_0 \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi) + G r(t) \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

che impiegando la *seconda formula di Werner*

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \quad (5)$$

diventa

$$S''(t) = \frac{G_{ac} V_0}{2} \cos \varphi + \frac{G_{ac} V_0}{2} \cos(2\omega t + \varphi) + G r(t) \cos(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

Come si vede il primo termine è costante; il secondo termine può essere eliminato con un *filtro passabasso*, mentre il terzo termine può anch'esso essere eliminato con un *filtro passabasso* pur di considerare *trascurabile* la *componente di Fourier* del rumore con pulsazione ω ¹.

Ciò che resta del segnale può essere amplificato in continua

$$S'''(t) = \frac{G_{dc} G_{ac} V_0}{2} \cos \varphi \quad (7)$$

mentre per eliminare φ si ripete il procedimento moltiplicando stavolta $S(t)$ per il segnale $Z'(t) = \text{sen}(\omega t + \varphi)$. Definiti dunque

$$V_a = \frac{G_{dc} G_{ac} V_0}{2} \cos \varphi \quad (8)$$

$$V_b = \frac{G_{dc} G_{ac} V_0}{2} \text{sen} \varphi \quad (9)$$

si ha che

$$^2 V_0 = \frac{2\sqrt{V_a^2 + V_b^2}}{G_{dc} G_{ac}} \quad (10)$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{V_a}{V_b} \quad (11)$$

Nel caso di un esperimento di *spettroscopia di saturazione* ω corrisponde alla frequenza di rotazione del *chopper* che modula l'intensità del *fascio di pompa* e V_0 al segnale che rappresenta le *curve di saturazione* ripulite dal *fondo doppler*. C'è da notare che V_0 non è costante nel tempo, in ogni caso varia molto lentamente rispetto alla velocità di rotazione del *chopper* (la spazzata del piezoelettrico in genere viene impostata a una frequenza di pochi *Hz*³ contro i *KHz* del *chopper*).

¹Questo lo si vede bene considerando il rumore come scomposto nei suoi termini spettrali: il prodotto fra i termini con $\omega' \neq \omega$ e $\cos(\omega t + \varphi)$ dà come risultato termini con $\omega' \neq 0$, mentre il prodotto del termine con $\omega' = \omega$ dà anche un termine costante.

²Questa operazione viene effettuata dallo strumento in un tempo finito τ detto tempo di integrazione; tipicamente $\tau \simeq 1 \text{ ms}$.

³Tanto più lenta e meno ampia risulta la spazzata in tensione inviata al *piezoelettrico* che modula la frequenza del laser – ossia tanto minore è la porzione di spettro che si spazza per unità di tempo – tanto migliore sarà la risoluzione delle righe di assorbimento dato che il tempo di integrazione del *lock-in* è finito.