Soluzione esercizio piano inclinato

Dati del problema:
coefficienti di attrito statico e dinamico

$\mu_s = 0.35$ $\mu_d = 0.23$

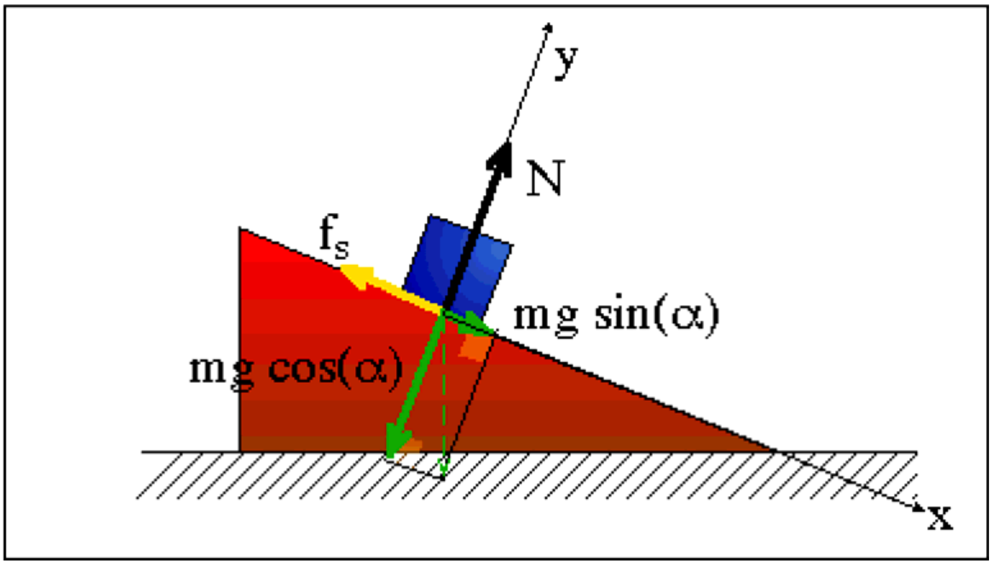
inclinazione del piano: $\alpha = 30°$

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

distanza che deve percorere la massa: $L = 1m$

$L = 1$

Figura:



Risposta a)

Il valore di α massimo per cui il blocco rimane ancora fermo, si ottiene scrivendo le equazioni di equilibrio:
Le forze che agiscono sul blocco sono quelle indicate in figura:
-le componenti della forza di gravità (normale al piano, e parallela al piano)
-la forza di attrito statico(nelle condizioni di corpo fermo agisce l'attrito statico)
-la reazione normale al piano:

$-f_t + g\, m \sin(\alpha) = 0$ *lungo* x

$-m\, g \cos(\alpha) + N = 0$ *lungo* y

da cui si ricava:

dato che la forza di attrito statico deve essere: $f_t \le \mu_s g\, m \cos(\alpha)$,

per cui si ricava: $\tan(\alpha) \le \mu_s$

$N = g\, m \cos(\alpha)$

in numeri:

da cui l'angolo di inclinazione massimo: $\alpha = 0.34$ rad circa 19°

Risposta b)

Nel caso in cui $\alpha = 30°$ il blocco si muove, quindi al posto dell'attrito statico interverrà l'attrito dinamico:

$$m\, g \sin(\alpha) - \mu_d N = m\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t} x\right) \quad \textit{(eq.1)}$$

$-m\,g\cos(\alpha)+N=0$ *da cui si ricava:* $N=g\,m\cos(\alpha)$

Dall'equazione 1 si ricava l'accelerazione:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}x=\left(\sin[\alpha]-\cos[\alpha]\mu_d\right)g$$

da cui: $\frac{\partial}{\partial(t)}\frac{\partial}{\partial(t)}x=2.9\frac{m}{s^2}$

e integrando e imponendo velocità iniziale nulla , si ottiene il tempo che impiega la massa per percorrere un metro lungo il piano inclinato:

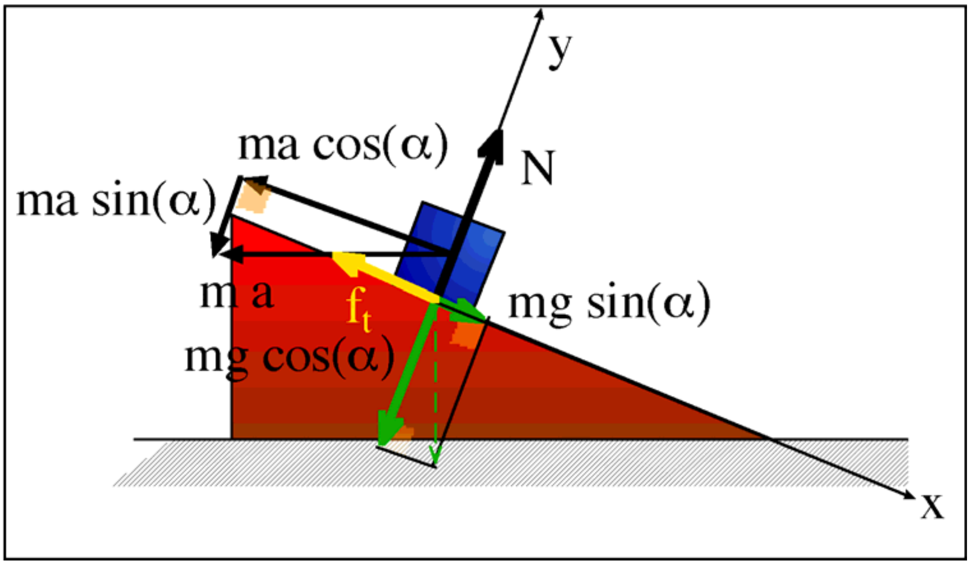
$$L=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}x\right)t^2$$

il tempo impiegato corrisponde a : t = 0.83s

Risposta c)

Se l'inclinazione del piano é 30° é chiaro che il blocco tende a scivolare verso il basso. Tuttavia é possibile mantenerlo fermo se si imprime al piano inclinato un' accelerazione di modulo a e direzione orizzontale.
Nel sistema di riferimento del piano (é non inerziale) compare infatti una forza fittizia - m a con direzione anch'essa orizzontale (ma con verso opposto all' accelerazione del piano). Ovviamente affinché la forza fittizia possa aiutare la forza di attrito statico a bilanciare la componente della forza peso, la forza fittizia dovrà avere accelerazione verso sinistra. Il minimo valore di accelerazione necessario corrisponderà al valore massimo di forza esprimibile dall'attrito statico(μ_s N).
Scomponendo questa forza fittizia nelle componenti normale e parallela al piano, é possibile riscrivere le equazioni del moto come segue:

In figura é indicata la forza fittizia che agisce sul blocco con la sua componente nel sistema di riferimento non inerziale:



$m\,g\sin(\alpha)-\mu_s N-m\,a\cos(\alpha)=0$

$-m\,g\cos(\alpha)+N-m\,a\sin(\alpha)=0$

$N=g\,m\cos(\alpha)+a\,m\sin(\alpha)$

dalle precedenti si ricava il modulo dell'accelerazione:

$$a=\frac{\left(-\mu_s\cos[\alpha]+\sin[\alpha]\right)g}{\cos(\alpha)+\mu_s\sin(\alpha)}$$ da cui: $a=1.9\frac{m}{s^2}$

Si nota che, l'accelerazione, da un lato aumenta la reazione vincolare, dall'altro diminuisce la componente lungo x della forza di gravità.
Se a aumenta in modo che:

$$m\ a \cos(\alpha) \geq +\mu_s N + m\ g \sin(\alpha)$$

il blocco comincia a muoversi verso l'alto.