

## SOLUZIONE ESERCIZIO: CADUTA DI UN GRAVE

Dati:

$$T = 6.5 \text{ m} \quad V_s = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{(\text{s})^2}$$

L'accelerazione verso il basso é costante e pari all'accelerazione di gravità.

In direzione x il corpo non presenta ne velocità, ne accelerazione diversa da zero.

Per cui si muoverà solo in direzione y.

$$a = -g$$

Integrando l'accelerazione ottengo la legge della velocità di caduta?

$$\frac{\partial}{\partial t} v = a \quad \text{si ottiene} \quad v_y - v_{y0} = \int_{t_0}^t a \, dt$$

$$v_y = -g t + v_{y0} + g t_0$$

Integrando nuovamente ottengo la legge oraria di caduta del grave:

$$\frac{\partial}{\partial t} y = v_y \quad \text{si ottiene} \quad y - y_0 = \int_{t_0}^t v_y \, dt$$

$$y - y_0 = -\frac{1}{2}g(t^2 + t_0^2) + (v_{y0} + g t_0)t - v_{y0} t_0$$

Si impongono le condizioni iniziali,  $y_0$ ,  $v_{y0}$ ,  $t_0$ :

$$t_0 = 0 \quad v_{y0} = 0 \quad y_0 = h$$

$$y = h - \frac{1}{2}g t^2 \quad (\text{eq. 1}) \text{ la legge oraria (o posizione in funzione del tempo) del grave}$$

$$v_y = -g t \quad (\text{eq. 2}) \text{ legge della velocità di caduta}$$

### Risposta a)

Per calcolare l'altezza del dirupo si sfrutta la legge oraria di caduta del grave. Infatti da questa é possibile calcolare l'istante in cui il grave tocca il suolo (imponendo che la sua ordinata sia nulla  $y = 0$ ).

Il tempo (T) che intercorre dal momento in cui si lascia cadere il grave e l'istante in cui si sente l'impatto, é dato dalla somma tra il tempo di caduta del grave ( $t_c$ ) e il tempo impiegato dal suono generato dall'impatto per raggiungere la sommità del dirupo ( $t_s$ ). Il tempo totale T é noto, perché misurato.

$$T = t_c + t_s$$

$$y_s - y_{s0} = \int_{t_c}^T v_s \, dt \quad y_s - y_{s0} = v_s (T - t_c) \quad (\text{eq. 3})$$

*Condizioni finali per il moto di caduta del grave*

$$Y = 0 \quad t = t_c$$

*Condizioni iniziali per il moto di risalita del suono*

$$y_{so} = 0 \quad y_s = h$$

*Sostituendo nell'eq. 1 e nell'eq. 3, otteniamo 2 equazioni nelle due incognite h e tc:*

$$0 = h - \frac{1}{2} g t_c^2 \quad \text{ricavo:} \quad h = \frac{1}{2} g t_c^2 \quad (\text{eq. 4})$$

$$h = V_s (T - t_c) \quad (\text{eq. 5})$$

combinando le due equazioni, eliminando l'incognita h:

$$\frac{1}{2} g t_c^2 = V_s (T - t_c)$$

$$g t_c^2 + 2 V_s t_c - 2 V_s T = 0$$

*risolvendo l'equazioni di secondo grado e sostituendo i dati*

$$t_c = - 75 \text{ s}$$

$$t_c = 6 \text{ s} \quad \text{soluzione da scartare: tempo negativo}$$

sostituendo nell'eq. 5 **ricavo l'altezza h del dirupo:**

$$h = 176 \quad m$$

### Risposta b)

Una volta calcolata l'altezza del dirupo la velocità d'impatto si calcola semplicemente sostituendo nell'eq. 2 il tempo di caduta sopra calcolato.

$$V_y = - 59 \frac{m}{s}$$

Ovviamente il segno é negativo perché il grave si muove in senso opposto rispetto al verso positivo dell'asse Y.