

Soluzione esercizio:

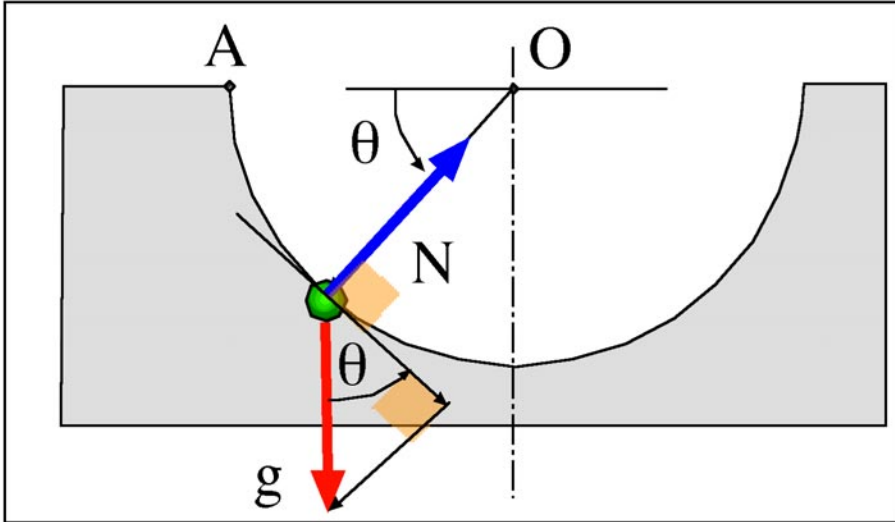
Dati del problema:

$m = 100 \text{ g}$ che corrispondono a: $m = 0.1 \text{ kg}$

$l = \pi \frac{R}{4}$ che corrispondono a: $l = 0.471 \text{ m}$

$R = 60 \text{ cm}$ che corrispondono a: $R = 0.6 \text{ m}$

Per poter calcolare la velocità e la reazione angolare quando il punto materiale ha percorso l'arco di lunghezza l , è sufficiente scrivere le equazioni del moto in coordinate polari, rispetto alla posizione indicata in figura.



In direzione radiale (normale rispetto alla guida circolare, nella posizione in cui si trova il punto materiale)

$$R m \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta \right)^2 = N - g m \sin(\theta) \quad \text{in cui si considera positiva la direzione verso } O.$$

In direzione tangente

$$R m \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \theta = g m \cos(\theta) \quad \text{in cui si considera positiva la direzione in cui avviene il moto}$$

Ricordando che la velocità angolare è data da:

$$\frac{\partial}{\partial t} \theta = \omega$$

le equazioni si riscrivono come segue:

$$R \frac{\partial}{\partial t} \omega = g \cos(\theta) \quad (\text{eq. 1})$$

$$R \omega^2 = \frac{1}{m} N - g \sin(\theta) \quad (\text{eq. 2})$$

Dall'equazione 1 considerando la velocità angolare come funzione della posizione:

$$\frac{\partial}{\partial t} \omega = \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \omega \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta \right)$$

da cui sostituendo nell'(eq. 1) e integrando tra le condizioni iniziali:

$$\frac{\partial}{\partial t} \omega = \omega \frac{\partial}{\partial \theta} \omega$$

$$\int_0^{\omega_0} R \omega \, d\omega = \int_0^{\theta_0} (g \cos[\theta]) \, d\theta \quad (\text{eq. 3})$$

dove:

ω_0 è la velocità angolare nella posizione θ_0 che vale:

$$\theta_0 = \frac{l}{R} \quad \theta_0 = \frac{1}{4}\pi$$

Integrando l'equazione 3 si ottiene:

$$\omega_0^2 = 2 \frac{g \sin(\theta_0)}{R}$$

sostituendo i numeri: $\omega_0^2 = 23.1 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}$

e sostituendo nell'equazione 2 ottengo:

$$N = 3g m \sin(\theta_0)$$

sostituendo i numeri: $N = 2.1\text{N}$