Legge di Newton o
II Legge della Dinamica del Punto Materiale

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$\vec{a} \equiv$ **accelerazione del punto materiale**

$\vec{F} \equiv$ **forza**

Un vettore che dipende dai corpi che circondano il punto materiale

Si ricava da un catalogo determinato sperimentalmente

$m \equiv$ **massa**

Uno scalare proprietà del punto materiale

Nota:

poiché il prodotto massa per accelerazione è un vettore anche la forza deve essere un vettore: se si ruotano o traslano gli assi coordinati la legge deve rimanere vera.

$$m \to m$$

$$\{a_x, a_y, a_z\} \to \{a_x', a_y', a_z'\}$$

$$\{F_x, F_y, F_z\} \to \{F_x', F_y', F_z'\}$$

$$ma_x = F_x \quad \rightleftharpoons \quad ma_x' = F_x'$$

$$ma_y = F_y \quad \rightleftharpoons \quad ma_y' = F_y'$$

$$ma_z = F_z \quad \rightleftharpoons \quad ma_z' = F_z'$$

Istruzioni per l’uso della legge di Newton

1) Ricavare la forza dal catalogo $\vec{F}$

2) Ricavare la massa
(misura o dato iniziale) m

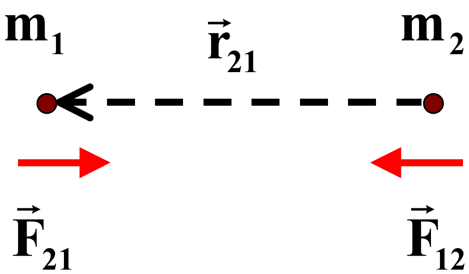
3) Calcolare l’accelerazione $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{v}(0)t + \overbrace{\int_0^t dt' \int_0^{t'} \underbrace{\frac{\vec{F}(t'')}{m}}_{\vec{a}(t'')} dt''}^{\vec{v}(t')}$$

Il Catalogo

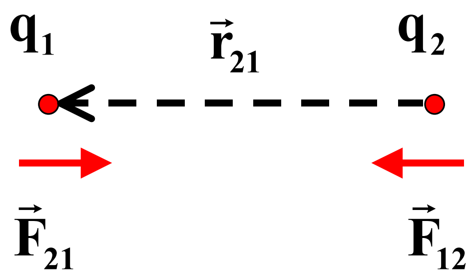
$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{\left|\vec{r}_{21}\right|^2}\hat{\vec{r}}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Forza gravitazionale



$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{\left|\vec{r}_{21}\right|^2}\hat{\vec{r}}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Forza elettrica

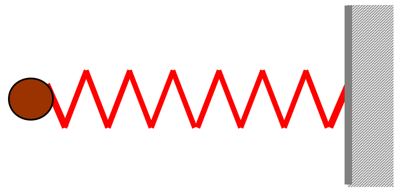


$$F_x = -k\left(x - x_o\right)$$

$$F_y,\ F_z$$

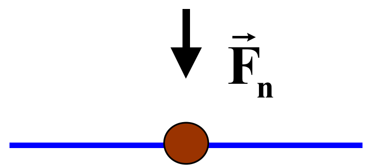
(vedi vincolo unidimensionale)

Molla in una dimensione



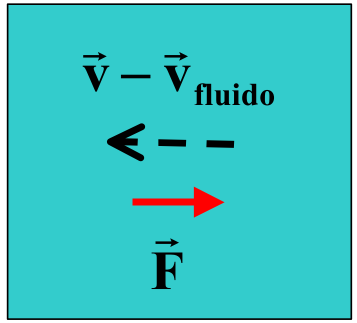
$$\vec{F}_n + \vec{F}_{vincolo} = 0$$

Vincolo unidimensionale



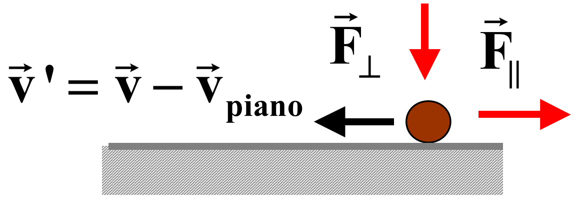
$$\vec{F} = -\left(\vec{v} - \vec{v}_{fluido}\right)$$

Attrito viscoso



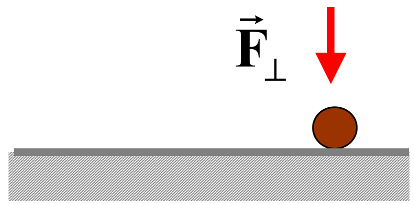
$$\vec{F}_{\parallel} = -\mu_d \left|\vec{F}_{\perp}\right| \hat{v}'$$

Attrito cinematico radente



$$\vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{piano} = 0$$

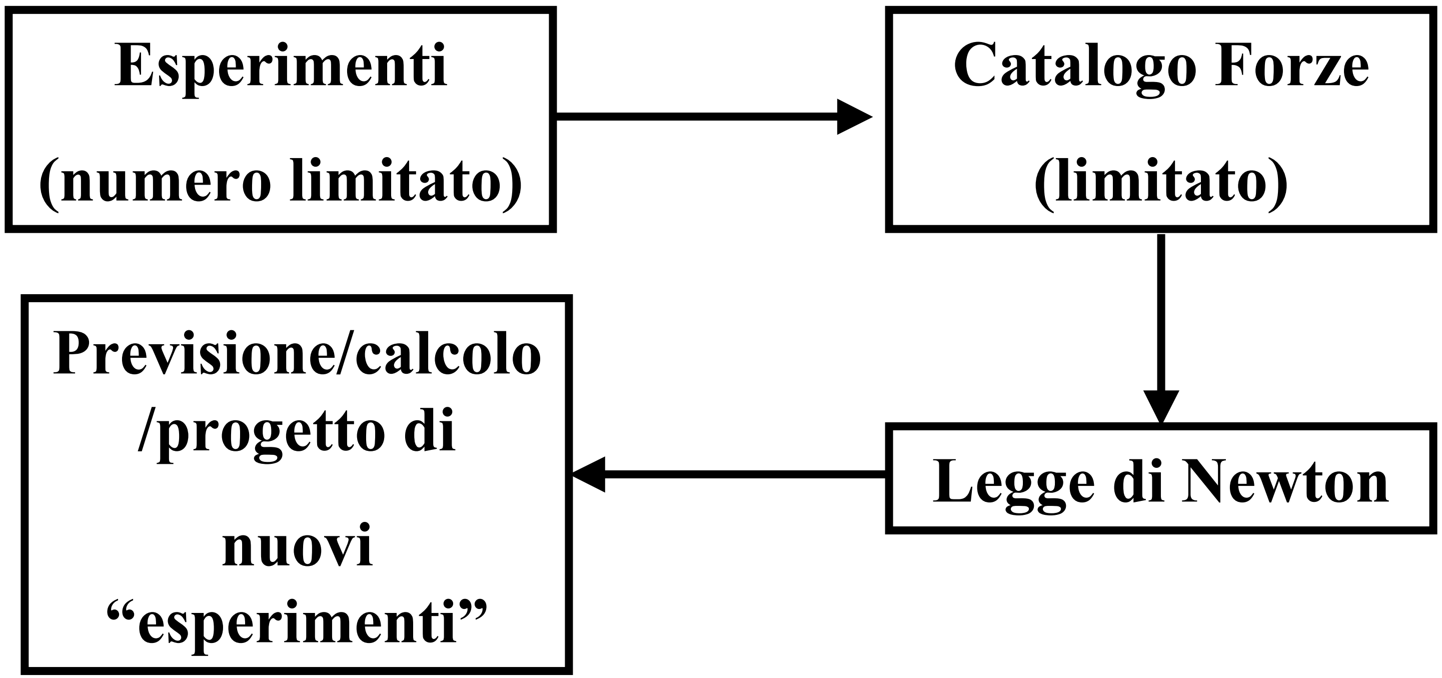
Piano liscio



Eccetera…….

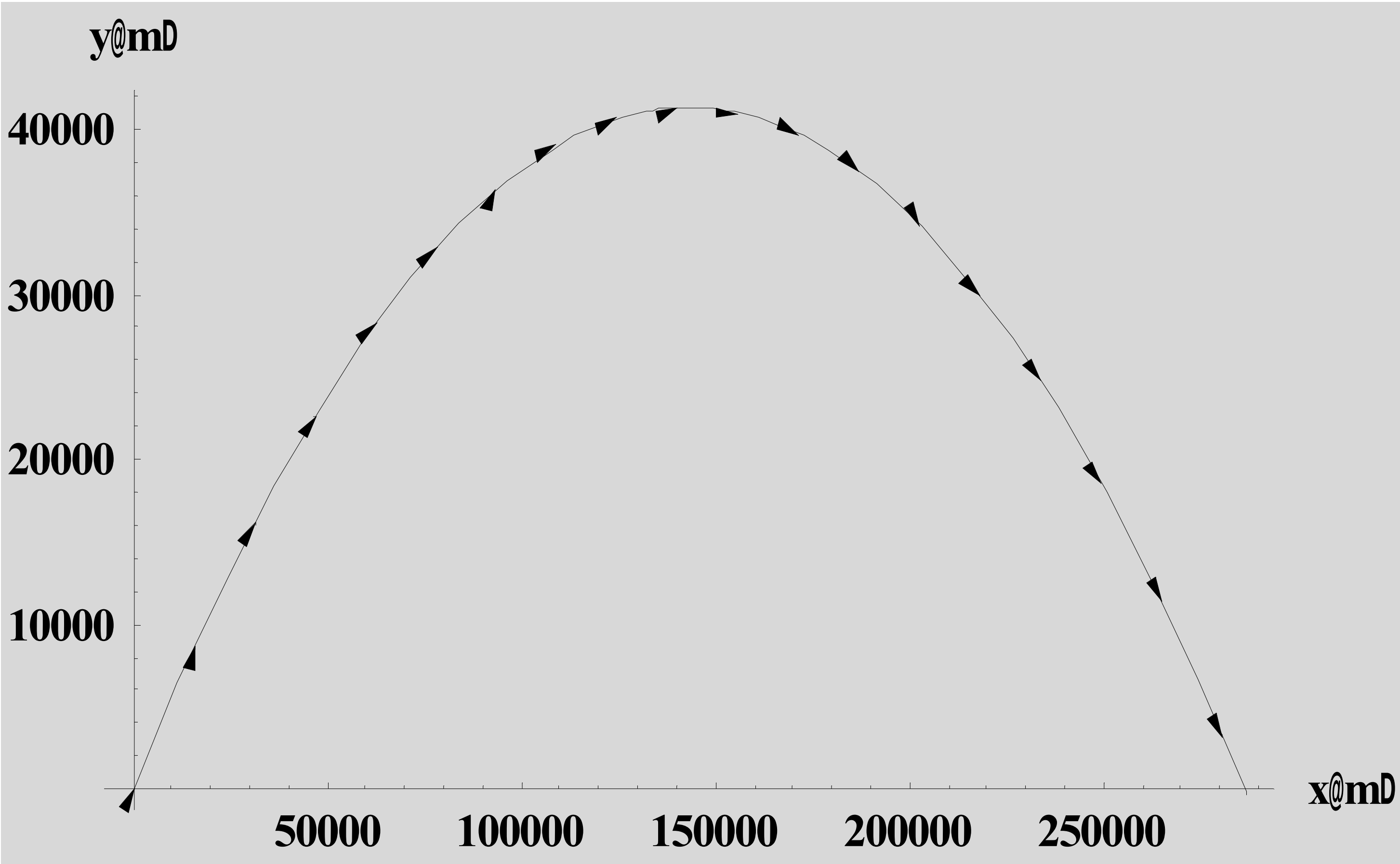
Come si costruisce il catalogo?

Con gli esperimenti



Un esercizio di costruzione del catalogo

Esperimento 1:



In prossimità della superficie terrestre tutti i corpi in assenza di altri effetti hanno accelerazione

$$\vec{\mathbf{a}} = -g\hat{\mathbf{j}}$$

E’ conciliabile con la legge di Newton?

Possiamo farne una voce del catalogo?

$$\vec{F}_g = -mg\hat{j}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}_g = -mg\hat{j}$$

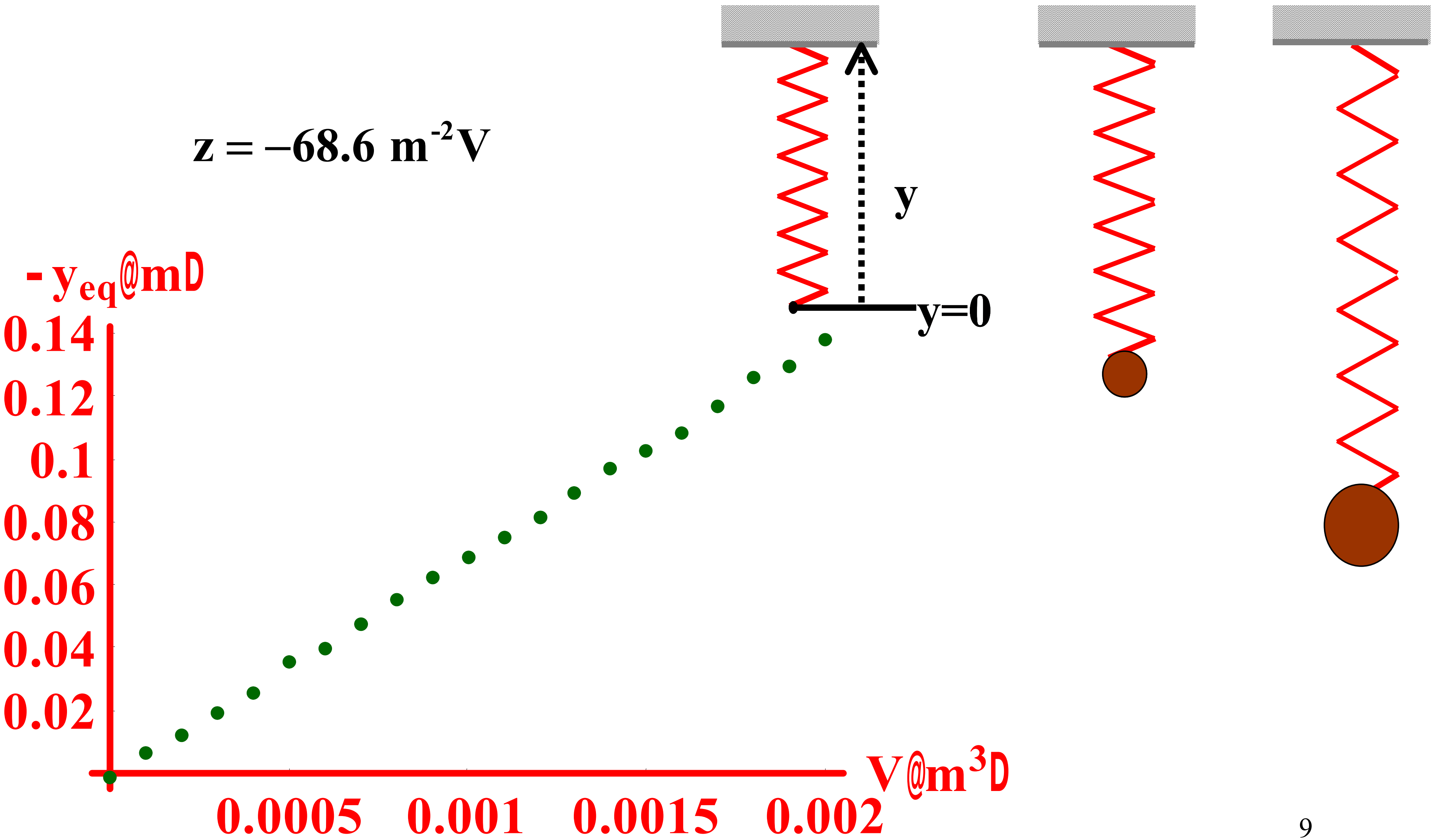
$$\vec{a} = -g\hat{j}$$

Ok !

(ma è uno sporco trucco!)

Secondo esperimento: deformazione della molla sotto carico

$z = -68.6 \text{ m}^{-2}\text{V}$



E' conciliabile con la legge di Newton e con le altre voci del catalogo?

Possiamo farne una nuova voce del catalogo?

$$F_{molla,y} = -ky \qquad m = \rho V$$

$$y(t) = y_o \;\rightarrow\; v_y = 0 \qquad \rightarrow\; a_y = 0 \;\rightarrow\; F_y = 0$$

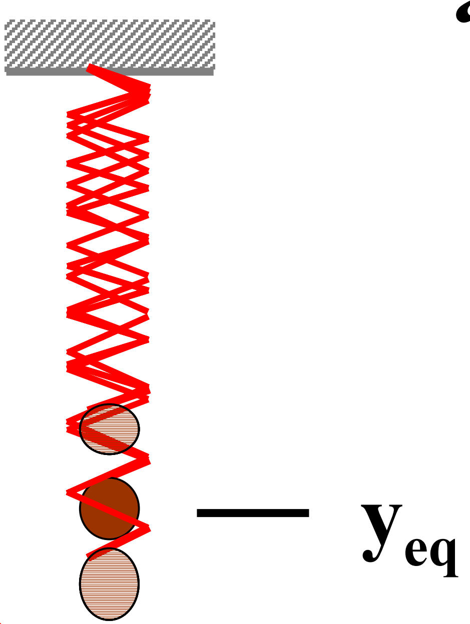
$$F_y = -mg + F_{molla,y} = -mg - ky_{eq} = 0$$

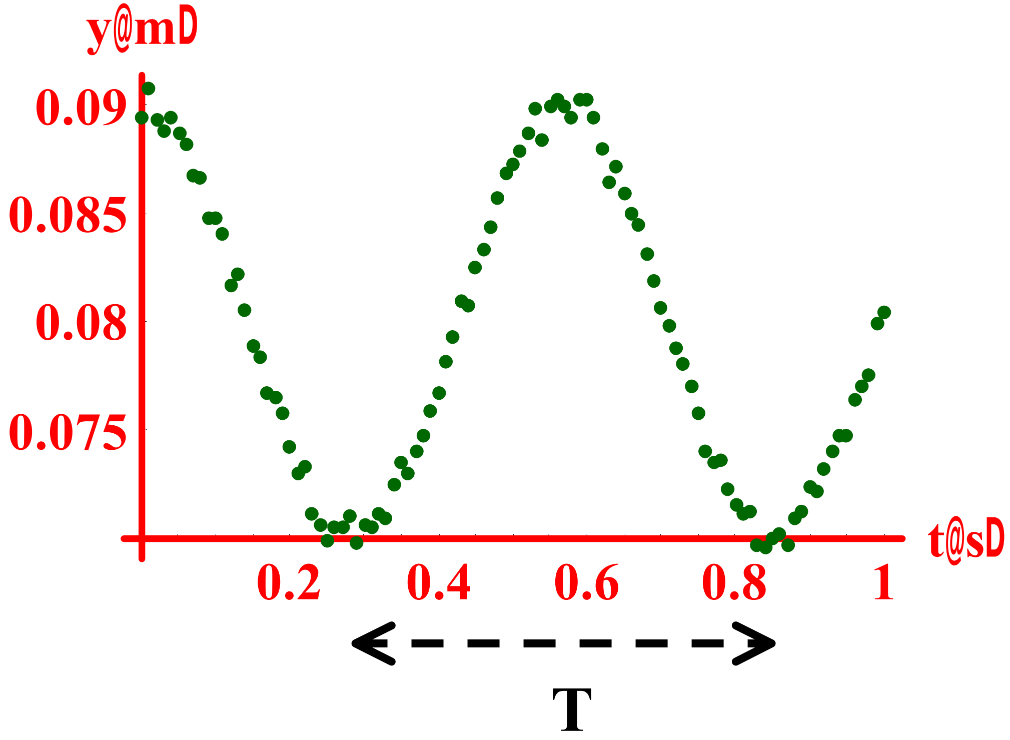
$$y_{eq} = -\frac{m}{k}g = -\frac{\rho V}{k}g$$

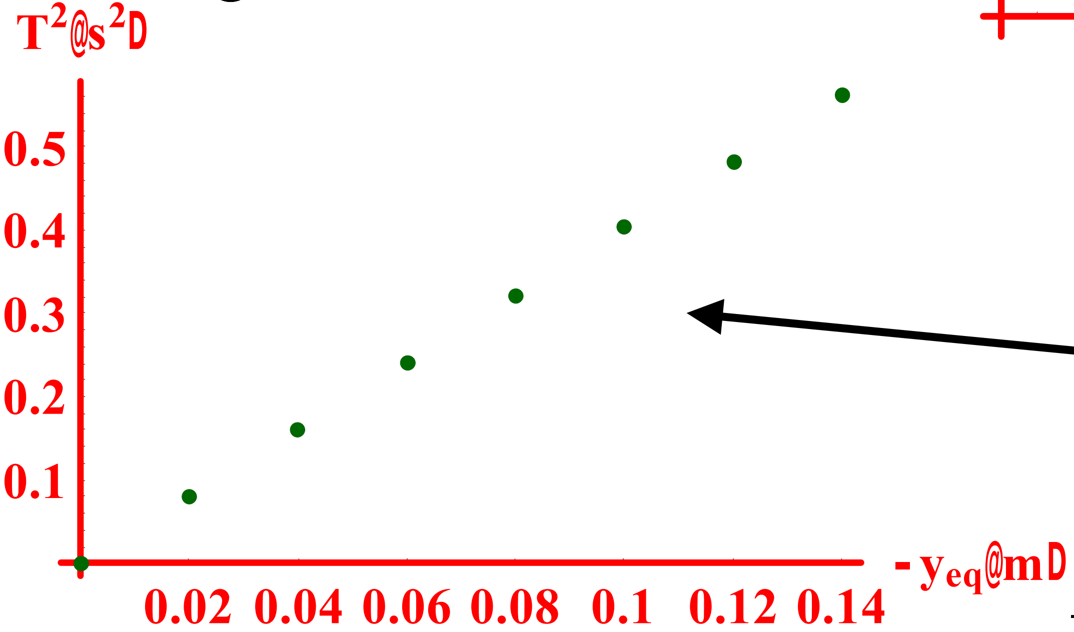
Ok! (trucco?)

N.B. basta scegliere un materiale appropriato come campione per la densità r e le unità della massa risultano definite

Terzo esperimento: oscillazioni della molla intorno al punto di equilibrio







$$T^2 = 4\pi^2 \frac{-y_{eq}}{g}$$

Si spiega senza introdurre nuove voci nel catalogo?

$$ma_y(t) = m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg - ky(t)$$

E' un'equazione differenziale: la soluzione non è un numero ma una funzione del tempo $y_{sol}(t)$

Proviamo:

$$y_{sol}(t) = y_o + y_s \mathrm{Sin}[\omega t] + y_c \mathrm{Cos}[\omega t]$$

$$m\frac{d^2y_{sol}}{dt^2} = -mg - ky_{sol}(t) \Rightarrow m\frac{d^2y_{sol}}{dt^2} + ky_{sol}(t) + mg = 0$$

$$y_{sol}(t) = y_o + y_s Sin[\omega t] + y_c Cos[\omega t]$$

$$\frac{dy_{sol}}{dt} = y_s \omega Cos[\omega t] + y_c \omega Sin[\omega t]$$

$$m\frac{d^2y_{sol}}{dt^2} = m\left(-y_s\omega^2 Sin[\omega t] - y_c\omega^2 Cos[\omega t]\right)$$

$$+ \qquad\qquad\qquad +$$

$$ky_{sol}(t) = k\left(y_o + y_s Sin[\omega t] + y_c Cos[\omega t]\right)$$

$$+ \qquad\qquad\qquad +$$

$$mg \qquad\qquad\qquad mg$$

$$0 = ky_o + mg + \left(k - m\omega^2\right)y_s Sin[\omega t] + \left(k - m\omega^2\right)y_c Cos[\omega t]$$

$$0 = ky_o + mg + \left(k - m\omega^2\right) y_s \mathrm{Sin}[\omega t] + \left(k - m\omega^2\right) y_c \mathrm{Cos}[\omega t]$$

OK per ogni t se:

$$m\omega^2 = k \quad e \quad mg = -ky_o$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = -\frac{g}{y_o}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{\omega^2} = 4\pi^2 \frac{m}{k} = -4\pi^2 \frac{y_o}{g}}$$

Esperimento in aula: