

Soluzione esercizio

Le risposte e le soluzioni ai quesiti sono posti nella tabella sottostante, e nei commenti raggruppati in [1] e [2].

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N
V/F	V	F	F	V	F	F	F	F	V	V	V	F

[1] caso a cui si riferiscono i quesiti A, B, C, D, E ($F_B=0$)

Nel tempo $t = 0$ i due corpi si stanno muovendo con la stessa velocità. (Sono fermi l'uno rispetto all'altro).

Nel sistema di riferimento **Oxy**, considerando le **forze che agiscono su B** (attriti esclusi):

- Forze reali (esclusi gli attriti): forza peso di B, reazione vincolare $\vec{N}_{A \text{ su } B}$ di A su B uguale alla forza peso di A, reazione vincolare \vec{N}_B del piano su cui B scivola uguale ed opposta alla forza peso di B più quella di A;
- Forze fittizie: non ce ne sono perché Oxy è inerziale;

Nel sistema di riferimento **Oxy**, considerando le **forze che agiscono su A** (attriti esclusi):

- Forze reali: (esclusi gli attriti): forza peso di A, reazione vincolare $\vec{N}_{B \text{ su } A}$ di B su A, uguale ed opposta alla forza peso di quest'ultima;
- Forze fittizie: non ce ne sono perché Oxy è inerziale;

Consideriamo ora le **forze di attrito**. Le forze di attrito statico tra A e B non intervengono in quanto, le risultanti delle forze agenti sui due corpi non hanno componenti parallele alla loro superficie di contatto. Le forze di attrito dinamico tra A e B intervengono solo se i due corpi si muovono relativamente, ma a $t = 0$, i due corpi hanno la stessa velocità e a $t > 0$ continueranno a muoversi con la stessa velocità (rimangono fermi l'uno rispetto all'altro) dato che la risultante delle forze su ciascuno di loro è nulla (A vera, B falsa, C falsa). Visto che per $t > 0$ A e B si muovono di moto rettilineo uniforme con la stessa velocità, per $t > 0$ non intervengono ovviamente né forze fittizie né forze di attrito (D vera).

Tutto ciò indipendentemente dal valore iniziale della loro velocità (E falsa).

Osservazione: il sistema di riferimento $Ox'y'$ solidale a B, muovendosi con velocità costante rispetto al sistema di riferimento inerziale Oxy , è anch'esso inerziale. Anche in questo sistema di riferimento non compaiono forze fittizie, non compaiono forze d'attrito e i due corpi rimangono in quiete.

[2] Caso in cui viene applicata a B una forza $\vec{F}_B = F_B \hat{x}$ ($F_B > 0$) **Fig.1**

Nel sistema di riferimento **Oxy**, considerando le **forze che agiscono su B** (attriti esclusi):

- Forze reali (esclusi gli attriti): forza peso di B, reazione vincolare \vec{N}_{AsuB} di A su B uguale alla forza peso di A, reazione vincolare del piano su cui B scivola uguale ed opposta alla sua forza peso più quella di A; $\vec{F}_B = F_B \hat{x}$
- Forze fittizie: non ce ne sono perché Oxy è inerziale;

Nel sistema di riferimento **Oxy**, considerando le **forze che agiscono su A** (attriti esclusi):

- Forze reali: (esclusi gli attriti): forza peso di A, reazione vincolare \vec{N}_{BsuA} di B su A, uguale ed opposta alla forza peso di quest'ultima;
- Forze fittizie: non ce ne sono perché Oxy è inerziale;

Consideriamo ora le **forze di attrito**.

Per coloro che non avessero ancora familiarità con il principio di azione-reazione le giustificazioni per le risposte ai quesiti (escluso G) possono essere le seguenti:

Applicata la forza \vec{F}_B , B inizia ad accelerare. Visto che tra A e B i coefficienti di attrito statico e dinamico non sono trascurabili, per A ci sono due possibilità:

- A rimane in quiete rispetto a B a causa dell'attrito statico;
- A inizia a muoversi rispetto a B e interviene l'attrito dinamico.

Indipendentemente dal valore di \vec{F}_B , su A agisce una forza dovuta a B, parallela alla superficie di contatto orizzontale (F falsa, G falsa per il principio di azione-reazione). Vediamo ora quali sono le condizioni affinché A non si muova rispetto a B.

Con le condizioni iniziali $v_A(0)=v_B(0)=v$, il fatto che A rimanga fermo rispetto a B richiede ovviamente che $a_A=a_B$: i due blocchi si muovono come un corpo unico di massa M_A+M_B a cui è applicata una forza \vec{F}_B con accelerazione pari a:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A = \frac{\vec{F}_B}{M_A + M_B}$$

Se A possiede questa accelerazione significa che la forza che agisce su di lui è pari a :

$$M_A \vec{a}_A = M_A \frac{\vec{F}_B}{M_A + M_B}$$

L'attrito statico è in grado di fornire una forza di questa intensità? (con \vec{F}_{sA} indichiamo la forza di attrito statico esercitata da B su A). Il valore massimo che la forza esercitata da B su A può raggiungere è dato da $\mu_s N_{BsuA} = \mu_s M_A g$.

Quindi dovrà essere soddisfatta la seguente disuguaglianza:

$$\frac{M_A F_B}{M_A + M_B} \leq \mu_s M_A g$$

$$F_B \leq \mu_s (M_A + M_B) g \quad \text{Eq. (*)}$$

Per cui **[L]** è vera e **[H]** è falsa.

Osservazione

Si giunge alla stessa conclusione ragionando nel sistema di riferimento $O'x'y'$ (solidale a B). $O'x'y'$ non è inerziale perché è uniformemente accelerato: indichiamo con $a_t > 0$ l'accelerazione di trascinamento che è l'accelerazione comune di A e B rispetto a Oxy ricavata in precedenza.

Fig.1: Forze nel sistema di riferimento inerziale Oxy . Le forze orizzontali sono forze di attrito statico o dinamico. Quelle verticali si equilibrano.

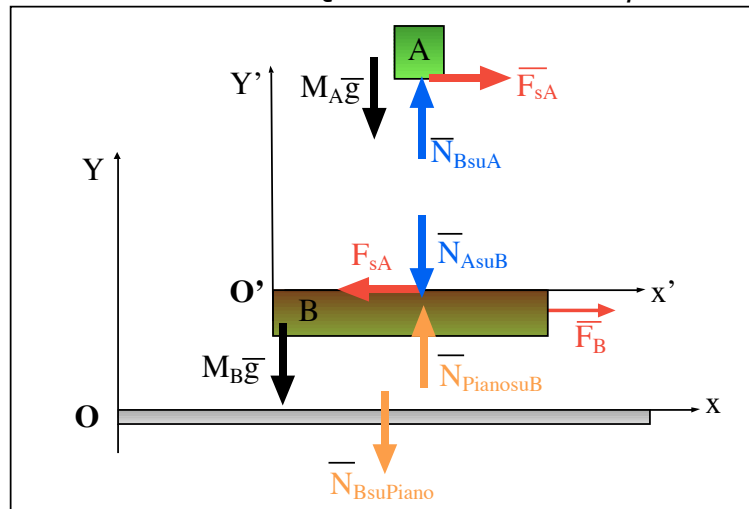
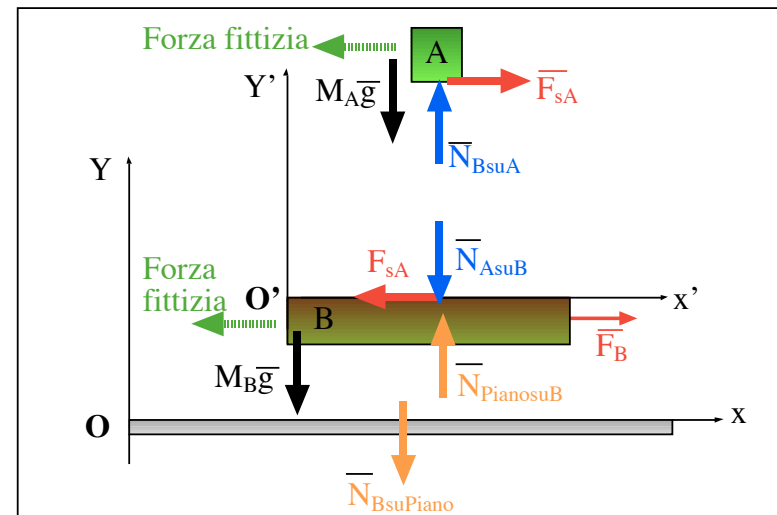


Fig.2: Forze nel sistema di riferimento accelerato $O'x'y'$. Le forze orizzontali sono forze di attrito statico o dinamico e forze fittizie. Quelle verticali si equilibrano.



In $O'x'y'$ agiranno su A e B le forze fittizie rispettivamente pari a $-M_A a_t$ e $-M_B a_t$ (fig.2) di cui occorre tenere conto se si vogliono scrivere le equazioni del moto rispetto al sistema di riferimento non inerziale e in particolare per A: $F_{sA} - M_A a_t = M_A a'_A$.

A non si muove rispetto a B il che significa che $a'_A = 0$, quindi che: $F_{sA} = M_A a_t = M_A \frac{F_B}{M_A + M_B}$

E richiedendo che questo valore sia inferiore a: $\mu_s N_{BsuA} = \mu_s M_A g$

Si trova la stessa condizione di prima su F_B .

Fine Osservazione

Se l'Eq.(*) (evidenziata in precedenza) non è soddisfatta, A inizia a muoversi rispetto a B e compare la forza di attrito dinamico che in modulo sarà pari a $\mu_d N_{AsuB} = \mu_d N_{BsuA} = \mu_d M_A g$ e che si oppone al loro moto relativo:

su B: la forza di attrito dinamico ha verso opposto a quello della velocità con cui B si muove rispetto ad A;

su A: la forza di attrito dinamico ha verso opposto a quello della velocità con cui A si muove rispetto ad B;

Le equazioni del moto rispetto a Oxy diventano allora:

Per B: $F_B - \mu_d M_A g \frac{v_B - v_A}{|v_B - v_A|} = M_B a_B$

Per A: $\mu_d M_A g \frac{v_B - v_A}{|v_B - v_A|} = M_A a_A$

Si intuisce che il moto risultante sarà tale per cui $v_B(t) > v_A(t)$ (controlleremo una volta trovate le leggi orarie) e quindi:

Per B: $F_B - \mu_d M_A g = M_B a_B$

Per A: $\mu_d M_A g = M_A a_A$

A e B si muovono di moto uniformemente accelerato con accelerazioni ricavabili da queste due equazioni. Controlliamo che le due soluzioni trovate soddisfino $v_B(t) > v_A(t)$:

Per B: $v_B(t) = v(0) + \frac{1}{2} a_B t^2$

Per A: $v_A(t) = v(0) + \frac{1}{2} a_A t^2$

L'ipotesi che $v_B(t) > v_A(t)$ equivale a $a_B(t) > a_A(t)$ e quest'ultima si può verificare ricavando a_B e $a_A(t)$ dalle equazioni del moto e tenendo presente che : $F_B > \mu_s(M_A + M_B)g$ e che $\mu_s > \mu_d$

La **[M]** risulta vera.

Per rispondere alla **[N]** scriviamo l'equazione del moto di A in O'x'y' (sistema che è solidale con B e l'accelerazione di trascinamento sarà quindi, in questo caso: $a_t(t) = a_B(t)$)

Per A: $\mu_d M_A g - M_A a_t = M_A a'_A$ e che $\mu_s > \mu_d$

Sostituendo ad $a_t(t)$ l'espressione di $a_B(t)$ ottenibile dalle equazioni precedenti, si trova che $a'_A(t) < 0$ e quindi che $v'_A(t) < 0$ tenendo presente che: $F_B > \mu_s(M_A + M_B)g$ e che $\mu_s > \mu_d$

[N] è falsa.