Soluzione esercizio:

Dati del problema:
$m = 1.22$ kg $M = 8.73$kg $\mu_s = 00.42$

$k = 344\,\frac{N}{m}$

Risposta 1)

Se non c'é moto relativo tra le due masse, allora queste si muovono orizzontalmente come un corpo unico soggetto alla sola forza esterna della molla:

$$(m + M)\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}x\right) + k\,x = 0 \qquad \textit{eq.1}$$

dove si é scelto x tale che x = 0 corrispondente con la posizione di riposo della molla.
Viene definita con *a* l'accelerazione comune ai due blocchi.

$$a = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}x$$

Inoltre, si osserva che la forza di attrito statico F_A applicata dal blocco inferiore al blocco superiore produce l'accelerazione del blocco superiore e permette alle due masse di muoversi insieme. Quanto detto é vero finché vale la seguente relazione :

$F_A = m\,a$ *Forza d'attrito applicata alla massa inferiore da quella superiore.*

$F_A \le \mu_s\,m\,g$ *Forza su A necessaria ad imprimergli un'accelerazione a che deve essere inferiore alla forza di attrito statico massima.*

L'accelerazione massima che non produce moto relativo é data da :

$a\,m = \mu_s\,m\,g$ *da cui* $a = \mu_s\,g$ *Sostituendo i numeri:* $a = 4.1\,\frac{m}{s^2}$

La soluzione dell'equazione 1 é un moto armonico di pulsazione ω.
Infatti, riscrivendo l'equazione 1:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}x + \frac{k\,x}{M + m} = 0$$

e sostituendo l'espressione della pulsazione:

$\omega^2 = \frac{k}{M + m}$ $\omega^2 = 34.6\,\frac{rad^2}{s^2}$ *da cui:* $\omega = 5.9\,\frac{rad}{s}$

si ottiene la seguente

$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}x + \omega^2 x = 0$ $\omega^2 x + a = 0$ *eq.2*

che ha per soluzione:

$x = X_0 \sin(\omega\,t + \phi)$ *eq.3*

da cui la velocità:

$$\frac{\partial}{\partial t}x = X_0\,\omega\cos(\phi + \omega\,t)$$

Dall'equazione 2 si ricava che l'ampiezza del moto é proporzionale all' accelerazione e inversamente proporzionale al quadrato della pulsazione naturale:

$X_0 = \frac{a}{\omega^2}$ *in numeri*: $X_0 = 0.12$m

Risposta 2)

La legge oraria del moto si ricava con le seguenti condizioni iniziali: velocità 1 m / s e molla indeformata si ricava nel seguente modo:

Condizioni iniziali del moto:

$v(t = 0) = 1 \frac{m}{s}$

$x (t = 0) = 0$ *molla indeformata*

Derivando la eq.3 si ottiene l'espressione della velocità e imponendo le condizioni iniziali:

$x(t = 0) = 0 = X_0 \sin(\phi)$ da cui $\phi = 0$

$v(t = 0) = 1 = X_0 \omega \cos(\phi)$ da cui si ricava l'ampiezza: $X_0 = \frac{1}{\omega}$

in numeri: $X_0 = 0.17m$

Per cui in queste condizioni la legge oraria del moto é:

$x = 0.17m \sin(\omega t)$