CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA I

Esercitazione Parziale

10 novembre 2006

1) Usando il *Principio di Induzione* provare che data $a_n > 0$ si ha:

$$\frac{n}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}} \leq \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} a_k}$$

2) Determinare *estremo inferiore* e *superiore*, ed eventuali *massimo* e *minimo* dell'insieme:

$$A = \left\{ \frac{x+y}{1+x^2+y^2} \text{ con } x, y \in \mathbb{R} \right\}$$

3) Usando la *definizione di limite* verificare che:

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\{n\}+(-1)^n}{[n]} \right| = 1$$

dove $\{n\}$ rappresenta la *parte frazionaria* e $[n]$ la *parte intera*.

4) Calcola, se esiste, il seguente:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\sqrt[n]{n}-1\right)}{\ln(n)\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}(n!)\right)^{\operatorname{sen}\frac{1}{n}}}$$

5) Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^{\beta}}\right) & \alpha \leq x \leq \beta \\ \operatorname{sen} 1 & x < \alpha \vee x > \beta \end{cases}$$

si può estendere con continuità su tutto $\mathbb{R}$.