

Tenuto conto del fatto che

$$\text{se } g(x) = \sqrt{\log^2 |x| - \log |x| - 2}$$

allora $f(x) = g(x-1)$ si ha che il suo grafico ^{di f} è il grafico di g traslato a destra di una unità.

Quindi:

$$\text{Dominio di } f: (-\infty, -e^2+1] \cup \left[-\frac{1}{e}+1, 1\right) \cup \left(1, \frac{1}{e}+1\right] \cup [e^2+1, +\infty)$$

Intersezione con asse y: non c'è; ($x \neq 0$ non è nel dominio)

Intersezioni con asse x:

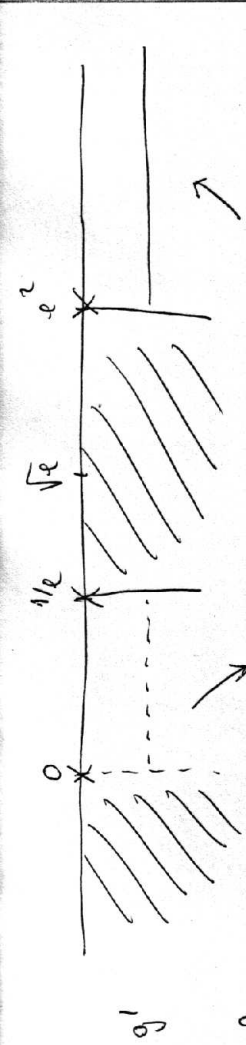
$$\left(-\frac{1}{e}+1, 0\right); \left(+\frac{1}{e}+1, 0\right); (-e^2+1, 0); (e^2+1, 0)$$

Segno di f: $f(x) \geq 0 \quad \forall x$ nel dominio

$x=1$ è Asintoto verticale

f è strettamente decrescente in $\left(1, \frac{1}{e}+1\right]$ e in $(-\infty, -e^2+1]$

f è strettamente crescente in $\left[-\frac{1}{e}+1, 1\right)$ e in $[e^2+1, +\infty)$



g è decrescente strettamente in $(0, 1/e)$

g è crescente strettamente in $(e^2, +\infty)$.

Osserviamo che

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{e}\right)^-} g'(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{e}\right)^-} \frac{2 \log x - 1}{2x \sqrt{\log^2 x - \log x - 2}} = \frac{-2-1}{\frac{2}{e} \cdot 0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x \left(2 - \frac{1}{\log x}\right)}{\log x \cdot 2x \sqrt{1 - \frac{1}{\log x} - 2 \log x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (e^2)^+} g'(x) = \lim_{x \rightarrow (e^2)^+} \frac{2 \log x - 1}{2x \sqrt{\log^2 x - \log x - 2}} = \frac{3}{2e^2 \cdot 0^+} = +\infty$$

Pertanto, tenendo conto della parità di g, si ha il seguente

grafico:

