Dimostriamo ora che A non è superiormente limitato: 11/11/05

$$A = \left\{ 1 + \frac{2}{b-1} : b > 1 \right\} \supseteq \left\{ 1 + \frac{2}{1+\frac{1}{n}-1} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$= \left\{ 1 + \frac{2}{1/n} : n \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ 1 + 2n : n \in \mathbb{N} \right\}$$

Poiché $\{1+2n : n \in \mathbb{N}\}$ non è superiormente limitato non lo è neppure A, che lo contiene.

833: Usando la definizione di limite risolvere uno ed uno solo dei seguenti limiti 11/11/05

a) $$\lim_{n \to +\infty} \frac{n^3 - 3n}{-n^2+2} + n = 0$$

b) $$\lim_{x \to 1} \frac{x}{(x-1)^2} = +\infty$$

Sol.

3a) $$\frac{n^3 - 3n}{-n^2+2} + n = \frac{n^3 - 3n - n^3 + 2n}{-n^2+2} = \frac{-n}{-n^2+2} = \frac{n}{n^2-2}.$$

Se $n \geq 2$ si ha $\left| \frac{n}{n^2-2} \right| = \frac{n}{n^2-2}$.

Fisso $\varepsilon > 0$. Allora $\left| \frac{n}{n^2-2} \right| < \varepsilon \iff \frac{n}{n^2-2} < \varepsilon \underset{(n \geq 2)}{\iff}$

$\iff n < \varepsilon (n^2 - 2) \iff \varepsilon n^2 - n - 2\varepsilon > 0$

$\Delta = 1 + 8\varepsilon^2 > 0$

$\varepsilon n^2 - n - 2\varepsilon > 0 \iff n > \frac{1 + \sqrt{1+8\varepsilon^2}}{2\varepsilon}$ opp.

$n < \frac{1 - \sqrt{1+8\varepsilon^2}}{2\varepsilon}$.

Pertanto: se $n > \max \left\{ \frac{1+\sqrt{1+8\varepsilon^2}}{2\varepsilon}, 2 \right\}$

si ha che

$$\left| \frac{n^3 - 3n}{-n^2+2} + n \right| < \varepsilon.$$