

Prova scritta di Analisi Matematica 1

C.d.L. in Fisica – Prof. G. Villari
A.A. 2005/2006 - 9 Gennaio 2006

Esercizio 1. Determinare le principali proprietà della funzione

$$f(x) = \frac{1}{2} \log(\cos(2x)) - \frac{1}{\sqrt{3}} x$$

e disegnarne il grafico.

Esercizio 2. Calcolare, se esiste, il seguente limite di successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{n^{(n-1)^2}}{e^{(n-2)^2}((n+1)!)^2}}.$$

Esercizio 3. Si consideri

$$F(x) := \int_0^{2x} \frac{(\sin t)^3 - t^3}{(\cos t - 1)(t^4 + 1)} dt.$$

(a) Verificare che F è ben definita per $x \in [0, 1]$.

(b) Calcolare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste ed è finito il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{F(x)}{(\sin x)^\alpha}.$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_1^4 \frac{\arctan \sqrt{4-t}}{t^2} dt.$$